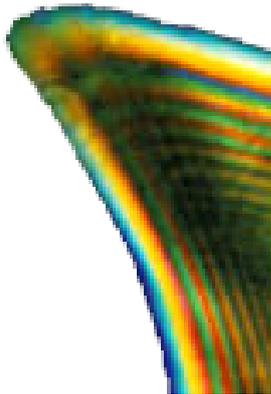


Optique ondulatoire  
Lycée Marcelin Berthelot  
MP\* - 2010/2011

---





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Modèle scalaire de la lumière</b>	<b>5</b>
1.1	Introduction . . . . .	5
1.2	Nature de la vibration lumineuse . . . . .	5
1.2.1	Phénomène d'interférence . . . . .	6
1.2.2	Nature ondulatoire de la lumière . . . . .	8
1.2.3	Identification de la lumière à une onde électromagnétique	11
1.2.4	Conditions pour se limiter à un modèle scalaire . . . . .	11
1.2.5	Capteurs lumineux . . . . .	13
1.3	Propagation le long d'un rayon lumineux . . . . .	14
1.3.1	Propagation dans un milieu transparent . . . . .	14
1.3.2	Indice lumineux. Notion de chemin optique . . . . .	15
1.4	Surface d'onde ; théorème de Malus . . . . .	17
1.4.1	Surface d'onde . . . . .	17
1.4.2	Théorème de Malus . . . . .	18
1.4.3	Ondes planes et quasi-planes . . . . .	19
1.5	S'il ne fallait retenir que cela . . . . .	21
1.6	Exercices . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Interférences lumineuses à deux ondes</b>	<b>25</b>
2.1	Etude générale . . . . .	25
2.1.1	Interférences d'ondes à la surface d'un bassin . . . . .	25
2.1.2	Interférences d'ondes sonores . . . . .	27
2.1.3	Interférences d'ondes lumineuses. Cohérence . . . . .	29
2.1.4	Les deux types d'interféromètres . . . . .	34
2.2	Cas de deux ondes totalement cohérentes . . . . .	36
2.2.1	Expression de l'éclairement . . . . .	36
2.2.2	Franges d'interférence . . . . .	37
2.2.3	Visibilité de la figure d'interférence . . . . .	38
2.2.4	Cas d'un écran placé parallèlement aux sources secondaires . . . . .	40
2.2.5	Cas d'un écran placé perpendiculairement aux sources secondaires . . . . .	43
2.2.6	Validité des développements limités . . . . .	47

2.3	Influence d'un manque de cohérence temporelle . . . . .	48
2.3.1	Profil spectral d'une source . . . . .	48
2.3.2	Cas d'un doublet spectral . . . . .	49
2.3.3	Profil spectral rectangulaire : modélisation d'une raie .	52
2.3.4	Condition pratique de cohérence temporelle d'une source	56
2.4	S'il ne fallait retenir que cela . . . . .	56
2.5	Exercices . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Exemples d'interféromètres</b>	<b>63</b>
3.1	Les miroirs de Fresnel . . . . .	64
3.1.1	Description . . . . .	64
3.1.2	Figure d'interférence en lumière spatialement cohérente	65
3.1.3	Influence d'un manque de cohérence spatiale . . . . .	67
3.2	Le miroir de Llyod . . . . .	73
3.2.1	Description . . . . .	73
3.2.2	Figure d'interférence en lumière spatialement cohérente	73
3.2.3	Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source primaire . . . . .	74
3.3	L'interféromètre de Michelson . . . . .	77
3.3.1	Présentation de l'appareil . . . . .	77
3.3.2	Figures d'interférence en lumière spatialement cohérente	78
3.3.3	Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source	83
3.4	S'il ne fallait retenir que cela . . . . .	89
3.5	Exercices . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Interféromètre de Michelson : aspect expérimental</b>	<b>93</b>
4.1	Présentation de l'appareil . . . . .	93
4.1.1	Disposition générale . . . . .	93
4.1.2	Séparatrice et compensatrice . . . . .	94
4.1.3	Positionnement des miroirs . . . . .	95
4.1.4	Contraintes de fabrication . . . . .	96
4.2	Réglage de l'interféromètre . . . . .	97
4.2.1	Réglage de l'ensemble séparatrice-compensatrice . . .	97
4.2.2	Réglage des miroirs . . . . .	98
4.2.3	Conclusion . . . . .	103
4.3	Etude des anneaux d'égale inclinaison . . . . .	103
4.3.1	Influence de la cohérence spatiale de la source . . . . .	104
4.3.2	Détermination des caractéristiques d'un doublet . . . . .	105
4.4	Etude des franges du coin d'air . . . . .	107
4.4.1	Influence de la cohérence spatiale de la source . . . . .	107
4.4.2	Influence de la rotation d'un miroir . . . . .	109
4.4.3	Utilisation pratique d'une source spatialement étendue	109
4.4.4	Franges en lumière blanche . . . . .	109
4.5	Exercices . . . . .	110

<b>5</b>	<b>Diffraction à l'infini</b>	<b>113</b>
5.1	Phénomène de diffraction . . . . .	113
5.2	Principe d'Huyghens-Fresnel . . . . .	114
5.2.1	Enoncé et formulation du principe . . . . .	115
5.2.2	Application au cas des ondes lumineuses . . . . .	118
5.2.3	Diffraction à l'infini et diffraction à distance finie . . .	120
5.2.4	Montage permettant l'observation de la diffraction à l'infini . . . . .	122
5.3	Diffraction à l'infini par une ouverture parfaitement transparente . . . . .	125
5.3.1	Diffraction par une ouverture rectangulaire . . . . .	125
5.3.2	Diffraction par une ouverture circulaire . . . . .	130
5.4	Diffraction à l'infini par un objet quelconque . . . . .	131
5.4.1	Transmittance d'un écran . . . . .	131
5.4.2	Figure de diffraction et transformée de Fourier . . . . .	134
5.4.3	Influence d'une transformation géométrique de la transmittance . . . . .	137
5.4.4	Théorème des écrans complémentaires . . . . .	140
5.5	Rôle de la diffraction à l'infini dans la formation des images .	141
5.5.1	Projection de image d'un objet à l'aide d'une lentille .	141
5.5.2	Limite de résolution d'un instrument . . . . .	141
5.6	Diffraction à l'infini par deux ouvertures identiques : trous d'Young . . . . .	146
5.6.1	Fentes d'young éclairées par une source ponctuelle à l'infini . . . . .	146
5.6.2	Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source	149



# Chapitre 1

## Modèle scalaire de la lumière

### 1.1 Introduction

L'optique géométrique, que l'on peut définir comme l'étude de la propagation des rayons lumineux, peut se construire à partir de quelques postulats simples. Sans vouloir être exhaustif, on peut citer l'existence et l'indépendance des rayons lumineux ainsi que les lois de Snell-Descartes. Ces principes de base permettent d'élaborer des modèles qui rendent assez bien compte d'un grand nombre de réalités expérimentales.

Cette démarche n'est malheureusement pas complètement satisfaisante, et ceci pour au moins deux raisons :

- d'une part, elle n'explique pas ce qu'est réellement la lumière, c'est-à-dire qu'elle ne permet pas d'incorporer les phénomènes lumineux à l'intérieur d'une théorie physique plus générale comme la mécanique ou l'électromagnétisme,
- d'autre part, elle ne donne pas de modèles satisfaisants permettant d'expliquer l'existence des phénomènes d'interférences et de diffraction.

C'est l'objet de l'optique ondulatoire que de répondre à ces questions. Ce chapitre va expliquer pourquoi on peut assimiler la lumière à la propagation d'un champ électromagnétique, puis à quelles conditions ce champ vectoriel pourra se réduire à une vibration scalaire. Enfin, il donnera quelques outils simples permettant de préparer l'étude des interférences lumineuses.

### 1.2 Nature de la vibration lumineuse

C'est essentiellement l'étude du phénomène d'interférence qui va nous conduire à identifier la lumière à une onde électromagnétique. Aussi commencerons-nous par en rappeler quelques caractéristiques élémentaires.

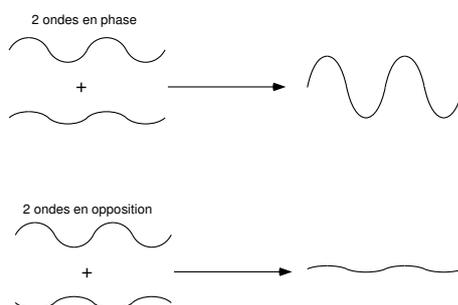


FIGURE 1.1 – Phénomène d'interférence

### 1.2.1 Phénomène d'interférence

Lorsque deux ondes se superposent dans un milieu linéaire<sup>1</sup>, elles s'additionnent au sens mathématique du terme. Le résultat de cette addition peut être un accroissement de l'amplitude si les deux ondes sont en phase ou une diminution si les deux ondes sont en opposition (Figure 1.1). Ce comportement, caractéristique des phénomènes ondulatoires, est à la base du phénomène d'interférence.

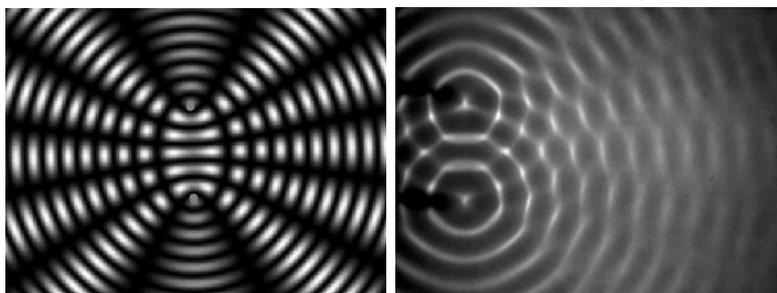


FIGURE 1.2 – Interférences sur une cuve à ondes. Figure de gauche : simulation ; Figure de droite : Expérience réelle

Une des situations les plus simples permettant l'observation d'interférences est obtenue en produisant deux systèmes d'ondes circulaires à la surface d'un bassin rempli d'eau (cuve à ondes - Figure 1.2). On dispose en  $O_1$  et en  $O_2$  (Figure 1.3) deux dispositifs générant des ondes périodiques de fréquence et d'amplitude identiques. Généralement, ces deux dispositifs vibrent en phase de sorte que lorsqu'une vague quitte  $O_1$ , une autre quitte  $O_2$  au même instant. Lorsque l'on observe le dispositif en fonctionnement, on constate que

1. Dans un milieu linéaire, si une cause  $A_1$  crée un effet  $B_1$  et une cause  $A_2$  un effet  $B_2$ , alors la cause  $A_1 + A_2$  crée l'effet  $B_1 + B_2$ . La plupart des milieux sont linéaires tant que les causes ne sont pas trop importantes : par exemple, les vagues à la surface de l'eau se superposent jusqu'au moment où elles finissent par déferler.

les déplacements de la surface n'ont pas la même amplitude sur l'ensemble du bassin. Plus précisément, il existe des lignes (représentées en pointillé sur la figure 1.3) où cette amplitude est maximale. Inversement, à mi-chemin entre chacune de ces lignes, l'amplitude est minimale.

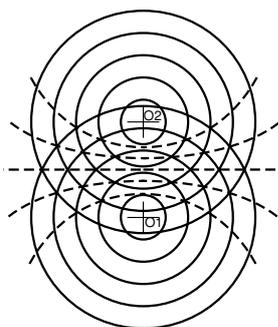


FIGURE 1.3 – Interférences sur une cuve à ondes.

Lorsqu'on éclaire ce dispositif avec un stroboscope, on parvient à simuler un déplacement très lent des ondes circulaires issues de chacune des sources  $O_1$  et  $O_2$ . On peut alors facilement constater que :

- Les lignes pointillées d'amplitude maximale correspondent aux zones de la surface où les crêtes des vagues se rencontrent. Sur ces lignes, il y a addition d'ondes en phase.
- Les zones d'amplitude minimale correspondent aux endroits où la crête d'une vague provenant de  $O_1$  rencontre le creux d'une vague provenant de  $O_2$  (ou inversement). Il y a alors addition d'ondes en opposition de phase.

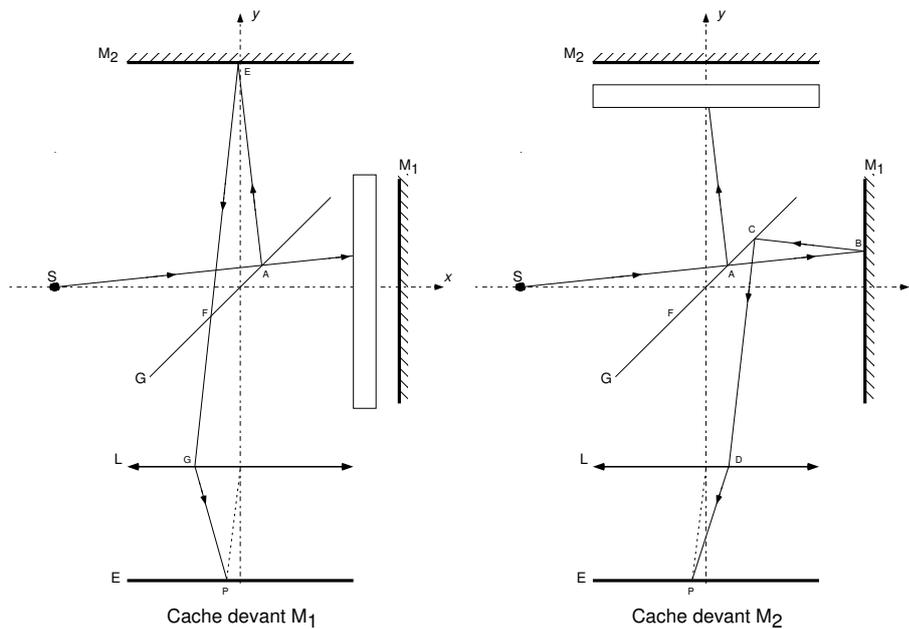
Si on regarde attentivement la figure 1.3, il apparaît que sur la ligne  $O_1O_2$ , la distance  $d$  séparant deux lignes voisines d'amplitude maximale est égale à la moitié de la distance séparant deux vagues successives quittant une des sources. Cette distance entre deux vagues étant la longueur d'onde  $\lambda$ , on a là un moyen simple de mesurer cette caractéristique. Si on connaît la fréquence  $\nu$  à laquelle les vagues sont produites, on en déduira facilement la célérité  $c$  de propagation :

$$c = \lambda\nu \quad (1.1)$$

*L'observation d'un phénomène d'interférences permet généralement de mesurer la longueur d'onde associée à la vibration.*

### 1.2.2 Nature ondulatoire de la lumière

Pour mettre en évidence des interférences lumineuses, on peut utiliser l'interféromètre de Michelson (Figure 1.4). Celui-ci est essentiellement constitué de deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  dont les axes  $Ox$  et  $Oy$  sont ici orthogonaux.  $G$  est une lame semi-réfléchissante,  $S$  une source lumineuse, par exemple une lampe à vapeur de sodium.  $L$  est une lentille de grande focale (par exemple 1m) et  $E$  un écran placé dans le plan focal image de  $L$ . On se propose de réaliser les manipulations suivantes :



- Dans un premier temps, on éclaire l'interféromètre en disposant un cache devant le miroir  $M_1$ . On observe alors sur l'écran un éclairement uniforme, correspondant simplement à un faisceau lumineux provenant de la source et se réfléchissant sur  $G$  puis sur  $M_2$ . Un rayon correspondant à ce faisceau est par exemple SAEFGP.
- On déplace ensuite le cache en le portant devant le miroir  $M_2$ . On observe de nouveau un éclairement uniforme de l'écran, d'intensité sensiblement identique à la précédente. Le faisceau responsable de cet éclairement provient de la source, se réfléchit sur  $M_1$  puis sur  $G$ . SABC DP est un de ses rayons constitutifs.
- Enfin, on retire complètement le cache. La lame  $G$  étant semi-réfléchissante, les deux miroirs sont maintenant éclairés de manière semblable. Suivant les lois de l'optique géométrique (indépendance des rayons lumineux), on devrait de nouveau obtenir un éclairement uniforme sur l'écran (éclairement uniforme + éclairement uniforme = éclairement

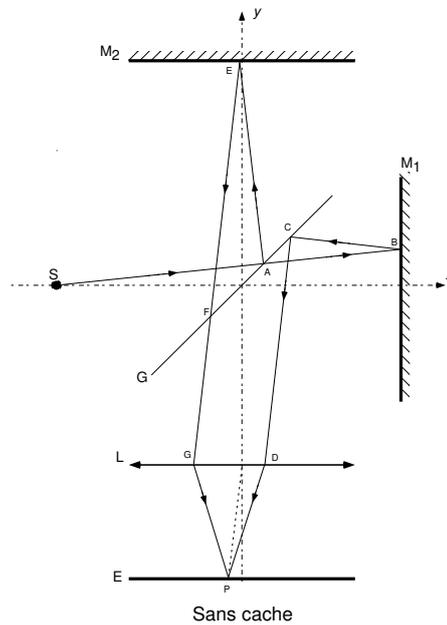


FIGURE 1.4 – Interféromètre de Michelson

uniforme). En général, il n'en est rien. On obtient une série d'anneaux concentriques, alternativement sombres et brillants, comme sur la figure 1.5.

Les anneaux sombres correspondent à une intensité lumineuse très faible. Si la lumière est bien monochromatique, cette intensité est quasi nulle. Cette réalité expérimentale pourrait donc se résumer ainsi :

$$\text{lumière} + \text{lumière} = \text{obscurité}$$

ce qui est, bien évidemment, inexplicable avec les seules lois de l'optique géométrique. Le phénomène se comprend en revanche parfaitement si l'on attribue au phénomène lumineux un caractère ondulatoire. Dans cette hypothèse, lorsque les deux miroirs sont éclairés, un point P de l'écran correspond à la superposition de deux ondes ayant parcouru, depuis leur séparation en A, des chemins différents (ABCDP et AEF GP). Ces deux ondes sont donc en général de même amplitude mais déphasées. Lorsqu'elles se superposent en étant en opposition de phase, l'amplitude de l'onde résultante est nulle : il n'y a plus d'effet lumineux sur l'écran.

On peut reprendre un raisonnement analogue pour tous les cas où des interférences lumineuses sont observables ce qui conduit à affirmer que<sup>2</sup> :

---

2. Les physiciens ont longtemps pensé que la nature ondulatoire de la lumière, prouvée par l'existence des phénomènes d'interférences et de diffraction, excluait un aspect corpusculaire (photon). On sait aujourd'hui qu'il n'en est rien.

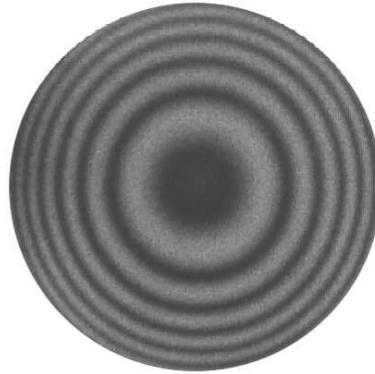


FIGURE 1.5 – Anneaux de la lame d'air sur l'interféromètre de Michelson

*La lumière correspond à un phénomène physique de nature ondulatoire.*

On doit donc lui associer les caractéristiques typiquement ondulatoires que sont :

- Vitesse de phase, vitesse de groupe
- Longueur d'onde, vecteur d'onde

Comme pour les ondes mécaniques à la surface de l'eau, l'analyse des phénomènes d'interférences lumineuses permet de donner une mesure des longueurs d'onde correspondantes. A cette occasion, on peut constater qu'il y a un lien direct entre la longueur d'onde et la couleur telle qu'elle est perçue par l'œil humain.

Longueur d'onde dans l'air	Couleur perçue
390 nm .....	limite dans le violet
≈ 450 nm .....	bleu
≈ 550 nm .....	vert
≈ 580 nm .....	jaune
≈ 630 nm .....	rouge
760 nm .....	limite dans le rouge

On retiendra que la lumière visible correspond à une longueur d'onde dans l'air de l'ordre de  $0,5 \mu\text{m}$ .

On peut également, par des moyens totalement indépendants de la théorie des interférences, mesurer la célérité de propagation d'une impulsion lumineuse dans l'air. On trouve une valeur de l'ordre de  $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il en résulte que les phénomènes lumineux correspondent à des fréquences  $\nu = c/\lambda$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

La lumière est donc un phénomène correspondant à la vibration d'une certaine grandeur. Il ne reste plus qu'à identifier la nature physique de cette dernière.

### 1.2.3 Identification de la lumière à une onde électromagnétique

La théorie électromagnétique de Maxwell<sup>3</sup> conduit à la prédiction d'ondes électromagnétiques se propageant dans le vide à la célérité :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 2,997\,9 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} \quad (1.2)$$

Cette valeur concordante entre la célérité déduite des équations de Maxwell et celle mesurée des phénomènes lumineux est un premier argument très important pour identifier la lumière à une onde électromagnétique. Ce n'est pas le seul. On sait, par exemple, créer des ondes électromagnétiques de manière purement électrique de fréquence variant du domaine radio au domaine infrarouge et qui présentent les mêmes propriétés (interférences, diffraction, polarisation, réflexion, réfraction, etc.) que les ondes lumineuses. Inversement, l'étude expérimentale de ces dernières montre que le champ électromagnétique y est transversal comme pour la plupart des ondes radio. On admet donc aujourd'hui que :

*Les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques transversales.*

La théorie électromagnétique permet de prévoir que l'énergie se propage suivant les lignes de champ du vecteur de Poynting. Pour l'optique géométrique, la propagation de l'énergie se fait le long des rayons lumineux. Il est donc naturel de réunir les deux points de vue en affirmant que :

*Les rayons lumineux sont les lignes de champ du vecteur de Poynting de l'onde électromagnétique associée.*

### 1.2.4 Conditions pour se limiter à un modèle scalaire

La lumière étant assimilée à un phénomène électromagnétique, tous ses effets doivent pouvoir être décrits comme des conséquences des équations de Maxwell<sup>4</sup>. On peut ainsi retrouver les lois de Snell - Descartes en étudiant la

---

3. La compréhension de cette partie suppose la connaissance du cours d'électromagnétisme.

4. La compréhension de cette partie suppose la connaissance du cours d'électromagnétisme.

réfraction et la réflexion d'une onde électromagnétique à la surface de deux milieux diélectriques.

En ce qui concerne les phénomènes d'interférences, la nature vectorielle de la vibration lumineuse alourdit considérablement les calculs. Moyennant le raisonnement suivant, nous allons voir que l'on peut les simplifier en se ramenant à une vibration de nature scalaire lorsque les rayons lumineux qui se superposent sont peu inclinés les uns par rapport aux autres.

Imaginons que nous voulions réaliser des interférences avec deux ondes électromagnétiques polarisées rectilignement. Dans la zone où l'on cherchera à observer le phénomène, le champ électrique résultera de l'addition de celui de chacune des deux ondes.

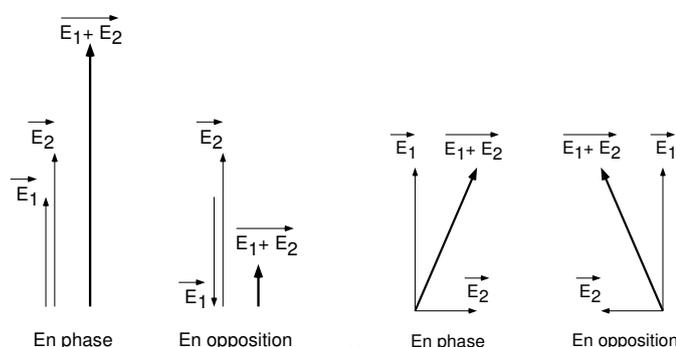


FIGURE 1.6 – Polarisation parallèles (à gauche) ou orthogonales (à droite)

- Si les deux ondes ont la même direction de polarisation (Figure 1.6 dessin de gauche), le champ électrique résultant sera lui aussi polarisé rectilignement. Si les deux ondes sont en phase, l'amplitude de ses variations sera maximale, si elles sont en opposition, elle sera minimale. *Des interférences seront donc observables.*
- Si les deux ondes ont des directions de polarisation orthogonales (Figure 1.6 dessin de gauche), le champ électrique résultant sera en général polarisé elliptiquement. Si les deux ondes sont en phase ou en opposition, la polarisation résultante sera rectiligne mais pas suivant la même direction. L'amplitude des variations du champ électrique en revanche ne variera pas. *On ne pourra pas observer d'interférences.*

Une étude plus générale serait nécessaire pour conclure. On se contentera d'admettre que :

*On ne peut pas observer d'interférences entre des ondes électromagnétiques transversales de polarisations orthogonales.*

Dans le cas général, une onde plane électromagnétique transversale est polarisée elliptiquement. Le champ électrique est alors décomposable en deux

composantes orthogonales déphasées. Si l'on superpose en un point M de l'espace deux ondes polarisées elliptiquement (Figure 1.7), on comprend que la figure observée résultera de l'interférence des composantes parallèles du champ électrique.

La figure 1.7 montre que l'on peut toujours trouver des axes tels que Ox qui soient parallèles pour les deux ondes.

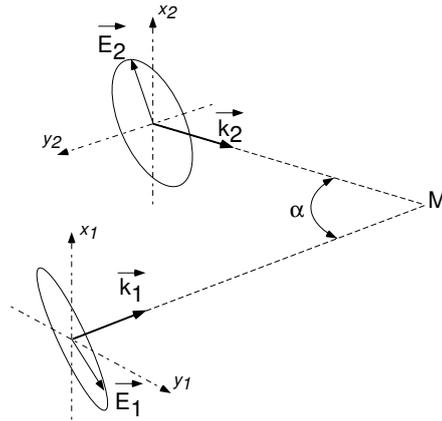


FIGURE 1.7 – Interférence de deux ondes polarisées elliptiquement

Si les directions de propagation de ces deux ondes sont presque identiques ( $\alpha$  petit), les axes complémentaires tels que Oy peuvent eux aussi être considérés comme parallèles. Autrement dit, l'étude générale des interférences d'ondes lumineuses quasi parallèles se ramène à celle d'ondes polarisées rectilignement suivant une même direction. Dans ces conditions, une description vectorielle du champ électrique n'est plus nécessaire<sup>5</sup>.

*Pour la description des phénomènes d'interférence et de diffraction, on assimilera la lumière à la propagation d'une vibration scalaire. Cette vibration représente en général, les variations des composantes du champ électrique de l'onde électromagnétique associée.*

### 1.2.5 Capteurs lumineux

Les ondes lumineuses correspondent à la propagation du champ électromagnétique. On peut montrer expérimentalement que les capteurs lumineux sont sensibles uniquement au champ électrique. Plus exactement, ils sont sensibles à la partie électrique  $w_E$  de l'énergie volumique transportée par

5. C'est ce qui se passe généralement dans les instruments d'optique où les rayons lumineux sont peu inclinés les uns par rapport aux autres.

l'onde :

$$w_E(M, t) = \epsilon_0 \frac{\vec{E}^2(M, t)}{2} \quad (1.3)$$

Les capteurs actuellement disponibles ne permettent pas de suivre l'évolution temporelle de  $E^2$ , la fréquence de ses variations étant beaucoup trop rapide ( $\approx 10^{15}$  Hz). Ils ne donnent qu'un signal proportionnel à une valeur moyenne. Plus exactement, si on nomme  $\tau$  leur temps d'intégration (temps de réponse du capteur), ils donneront un signal proportionnel à :

$$\langle \vec{E}^2 \rangle(M, t) = \frac{1}{\tau} \int_{u=t}^{t+\tau} \vec{E}^2(M, u) du \quad (1.4)$$

Nous donnerons le nom d'éclairement<sup>6</sup> à la quantité  $E(M, t) = \langle \vec{E}^2 \rangle(M, t)$ .

A l'heure actuelle,  $\tau$  varie d'environ 0,1 ms pour les capteurs les plus rapides à 1 seconde pour les plus lents. L'œil humain n'est pas très performant avec seulement 0,1 s (temps de persistance rétinienne). Dans tous les cas,

*l'éclairement représente la moyenne sur un nombre considérable de périodes des variations de  $\vec{E}^2$ .*

### 1.3 Propagation le long d'un rayon lumineux

Nous savons que la lumière peut être assimilée à la propagation d'une vibration scalaire le long des rayons lumineux. Nous allons donner ici une description plus quantitative de ce modèle.

#### 1.3.1 Propagation dans un milieu transparent

Si le milieu n'est pas homogène, la propagation n'est en général pas rectiligne et la célérité dépend du point M considéré. Si le milieu est dispersif, la célérité dépend aussi de la pulsation  $\omega$ .

Considérons donc un rayon lumineux AB correspondant à la propagation d'une lumière monochromatique de pulsation  $\omega$ . Soit un point M quelconque sur ce rayon (Figure 1.8). Notons  $x$  l'abscisse curviligne de M sur AB, l'origine ( $x = 0$ ) étant prise en A et le sens positif correspondant au sens de

---

6. Cette appellation courante est abusive car l'éclairement représente selon le système SI une puissance reçue par unité de surface. On peut néanmoins montrer que la quantité que nous notons  $E$  y est directement proportionnelle.

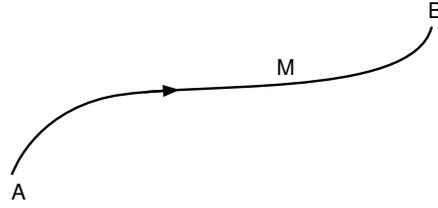


FIGURE 1.8 – Propagation le long d'un rayon lumineux

propagation de A vers B. Soit  $s(x, t)$  l'amplitude de la vibration au point M d'abscisse  $x$  et à l'instant  $t$ . On peut écrire :

$$s(x, t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi_M) \quad (1.5)$$

Le milieu étant parfaitement transparent et la célérité<sup>7</sup> de propagation valant en ce point  $c(x, \omega)$ , la vibration au point infiniment voisin M' d'abscisse  $x+dx$  sera :

$$s(x+dx, t) = s\left(x, t - \frac{dx}{c(x, \omega)}\right) = s_0 \cos\left(\omega \left[t - \frac{dx}{c(x, \omega)}\right] + \varphi_M\right) \quad (1.6)$$

On peut noter que la quantité  $dx/c(x, \omega)$  représente le temps élémentaire que met la vibration lumineuse pour se propager du point M au point M'. En intégrant de A à M, on en déduit donc l'expression de la vibration en M, connaissant celle en A<sup>8</sup> :

$$s(x, t) = s_0 \cos\left(\omega \left[t - \int_{u=0}^x \frac{du}{c(u, \omega)}\right] + \varphi_A\right) \quad (1.7)$$

La quantité  $\Delta t = \int_{u=0}^x \frac{du}{c(u, \omega)}$  représentant le temps que met la lumière pour se propager du point A au point M.

### 1.3.2 Indice lumineux. Notion de chemin optique

On appelle indice lumineux en un point M d'un milieu transparent, le rapport sans dimension :

$$n(M, \omega) = \frac{c_0}{c(M, \omega)} \quad (1.8)$$

où  $c_0$  représente la célérité de propagation des ondes électromagnétique dans le vide. Exprimons le temps  $\Delta t$  que met une lumière monochromatique pour passer d'un point A à un point M. Avec les mêmes notations qu'au paragraphe précédent :

7. Il s'agit ici de la vitesse de phase.

8. On suppose ici que l'amplitude de la vibration ne varie pas au cours de la propagation.

$$\Delta t = \int_{u=0}^x \frac{du}{c(u, \omega)} = \frac{1}{c_0} \int_{u=0}^x n(u, \omega) du \quad (1.9)$$

La quantité :

$$L_{AM} = \int_{u=0}^x n(u, \omega) du \quad (1.10)$$

est appelée *chemin optique*<sup>9</sup> pour aller de A à M. Elle est homogène à une longueur. L'expression précédente montre que le chemin optique représente la distance que parcourerait la lumière dans le vide pendant le temps  $\Delta t$  qu'elle met, dans la matière transparente, pour aller de A à M.

Reprenons maintenant l'expression de la vibration lumineuse au point M. En introduisant la notion de chemin optique, on obtient :

$$s(x, t) = s_0 \cos \left( \omega \left[ t - \frac{L_{AM}}{c_0} \right] + \varphi_A \right) = s_0 \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} L_{AM} + \varphi_A \right) \quad (1.11)$$

où  $\lambda_0$  représente la longueur d'onde dans le vide de la lumière. Cette expression de la vibration lumineuse le long d'un rayon lumineux est celle qui sera la plus utilisée pour la mise en équation des phénomènes d'interférences. Elle montre en particulier que pour connaître les variations de la phase au cours de la propagation, il suffit de comparer le chemin optique parcouru et la longueur d'onde dans le vide.

**Remarque :** la définition du chemin optique montre que celui-ci est positif lorsqu'on le compte dans le sens de la propagation et négatif dans le cas contraire. Il est donc essentiel de matérialiser sur les schémas ce sens par une flèche sur les rayons lumineux.

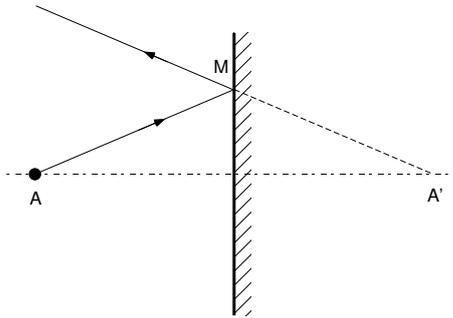


FIGURE 1.9 – Image par un miroir plan

9. Le chemin optique est également noté (AM) par certains auteurs

Exemple : calculons le chemin optique séparant deux points A et A', image l'un de l'autre par un miroir plan placé dans l'air ( $n = 1$ ) (Figure 1.9).

$$L_{AA'} = L_{AM} + L_{MA'} \quad (1.12)$$

Si la réflexion s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$ , on aura :

$$L_{AA'} = L_{AM} + L_{MA'} + \lambda_0/2 \quad (1.13)$$

A l'évidence, les chemins géométriques AM et MA' sont égaux mais le chemin optique  $L_{MA'}$ , se calcule dans le sens inverse de la propagation (virtuelle ici) de A' à M. Le chemin optique  $L_{AA'}$ , est donc nul ou égal à  $\lambda_0/2$ !

## 1.4 Surface d'onde; théorème de Malus

### 1.4.1 Surface d'onde

Soit une source lumineuse S, supposée ponctuelle et monochromatique. Par définition :

*On nomme surface d'onde associée à la source ponctuelle monochromatique S l'ensemble des points M de l'espace où, à un instant donné, la phase de la vibration lumineuse issue de S sera la même.*

Il résulte immédiatement de cette définition que la surface d'onde associée à S est aussi l'ensemble des points M tels que  $L_{SM} = C^{te}$ .

*Les surfaces d'onde sont des surfaces iso-chemin optique.*

Exemple : Supposons que la source S soit placée dans un milieu homogène d'indice  $n(\omega)$  (Figure 1.10). Alors les rayons lumineux sont des droites issues de S. Le chemin optique séparant la source S d'un point M appartenant à l'un de ces rayons s'écrira :

$$L_{SM} = \int_S^M n(u, \omega) du = n(\omega) SM \quad (1.14)$$

où SM représente le chemin géométrique pour aller de S à M. Les surfaces d'ondes seront donc dans ce cas des sphères de centre S (Figure 1.10) d'où le nom d'ondes sphériques donné aux vibrations lumineuses engendrées par S.

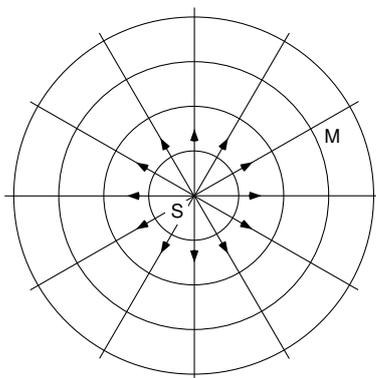


FIGURE 1.10 – Surface d'onde sphérique

### 1.4.2 Théorème de Malus

La figure 1.10 montre des rayons lumineux qui croisent orthogonalement les surfaces d'ondes. Ce résultat très général et que nous admettons est valable pour tous les milieux de propagation isotropes (mais pas nécessairement homogènes). Il constitue ce qu'il est convenu d'appeler le théorème de Malus :

*Si tous les milieux traversés par la lumière sont isotropes, les rayons en provenance d'une source ponctuelle  $S$  sont partout normaux aux surfaces d'onde correspondant à cette source.*

Exemple : Considérons une lentille convergente  $L$  placée dans un milieu homogène et une source ponctuelle  $S$ . Supposons que  $S$  et  $L$  soient disposées de manière à ce que l'image  $S'$  de  $S$  soit réelle (Figure 1.11).

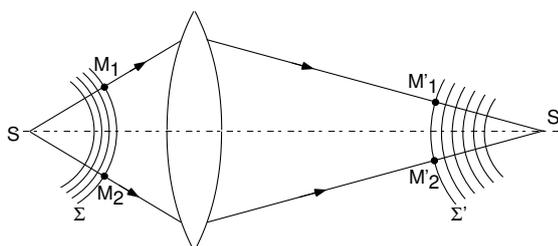


FIGURE 1.11 – Exemple d'utilisation du théorème de Malus

Tous les rayons qui partent de  $S$  et qui traversent  $L$  dans les conditions

de Gauss convergent en  $S'$ . D'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde avant la lentille sont des sphères centrées sur  $S$ . Après  $L$ , ce sont des sphères centrées sur  $S'$ . Considérons maintenant deux surfaces d'onde  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  correspondant à une même source ponctuelle  $S$ . Soient  $M_1$  et  $M_2$  deux points appartenant à  $\Sigma$ . Le rayon lumineux issu de  $S$  et passant par  $M_1$  (resp.  $M_2$ ) coupe  $\Sigma'$  en  $M'_1$  (resp.  $M'_2$ ) (Figure 1.11). D'après la définition d'une surface d'onde, on peut écrire :

$$L_{SM_1} = L_{SM_2} \text{ et } L_{SM'_1} = L_{SM'_2} \quad (1.15)$$

et donc :

$$L_{M_1M'_1} = L_{M_2M'_2} \quad (1.16)$$

Autrement dit :

*Le chemin optique pour aller d'une surface d'onde à une autre est indépendant du rayon lumineux sur lequel on le calcule.*

A la limite, en faisant tendre  $(M_1, M_2)$  vers  $S$  et  $(M'_1, M'_2)$  vers  $S'$ , on en déduit que :

*le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon lumineux sur lequel on le calcule.*

Ce raisonnement peut être repris point par point pour tout système optique permettant de faire l'image d'un objet. Le résultat précédent est donc tout à fait général.

### 1.4.3 Ondes planes et quasi-planes

Plaçons la source ponctuelle  $S$  au foyer objet d'une lentille convergente  $L$ , elle-même placée dans un milieu homogène d'indice  $n(\omega)$ . Dans l'espace image, les rayons lumineux sont tous parallèles à l'axe optique de la lentille (Figure 1.12). Les surfaces d'ondes sont donc des plans nommés plans d'onde. L'onde lumineuse dans cette zone est qualifiée d'onde plane.

**Remarque :** en toute rigueur, ce qualificatif d'onde plane est abusif puisque l'extension latérale du faisceau de lumière parallèle n'est pas infini<sup>10</sup>. On peut néanmoins montrer qu'à l'intérieur de ce faisceau, le champ électromagnétique est très proche de celui d'une onde plane, à condition de pas trop s'approcher des bords.

<sup>10</sup>. Pour cette raison, on parle parfois d'onde localement plane au lieu d'onde plane.

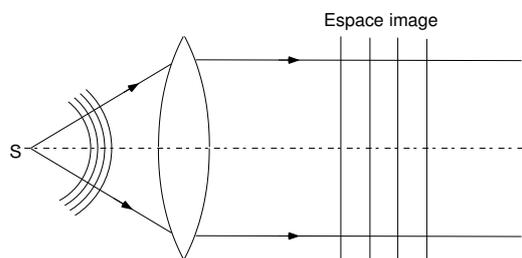


FIGURE 1.12 – Onde plane à la sortie d'une lentille convergente

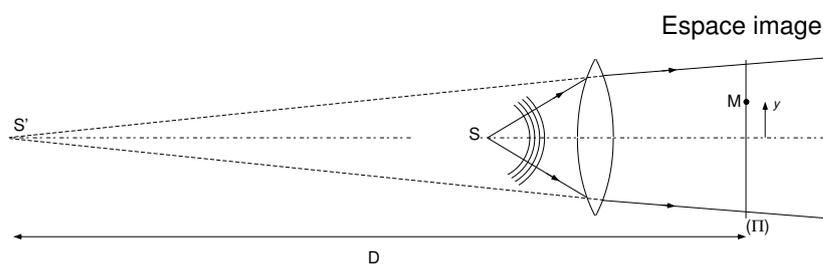


FIGURE 1.13 – Onde quasi-plane à la sortie d'une lentille convergente

Supposons maintenant que la source  $S$  ne soit pas exactement sur le point focal objet de la lentille  $L$  mais légèrement en avant ou en arrière (réglage imparfait). Le faisceau obtenu dans l'espace image est alors formé de rayons semblant provenir d'un point  $S'$  très éloigné (Figure 1.13). Le réglage parfait n'existant pas, cette configuration est toujours celle rencontrée dans la pratique. La question qui se pose alors est de savoir à quelle(s) condition(s) ce faisceau pourra être assimilé à une onde plane.

Pour y répondre, il faut d'abord se donner un critère d'acceptabilité. Si le faisceau correspond exactement à une onde plane, tous les points  $M$  d'un plan  $\Pi$  orthogonal à l'axe sont en phase. Autrement dit le chemin optique  $L_{SM}$  ne dépend pas du point  $M$  choisi sur le plan  $\Pi$ . Dans le cas d'un réglage imparfait, ce chemin optique varie suivant la distance  $y$  entre le point  $M$  et l'axe (Figure 1.13). Pour un problème d'interférences (ou de diffraction), on considérera que cette variation est négligeable si elle reste très petite devant la longueur d'onde dans le vide de la lumière utilisée.

Les points  $S$  et  $S'$  étant conjugués, le chemin optique  $L_{SS'}$  est indépendant du rayon considéré pour aller de  $S$  à  $S'$ . Calculer les variations de  $L_{SM}$  ou de  $L_{S'M}$  revient donc au même. Un calcul élémentaire permet alors d'évaluer  $L_{S'M}$  :

$$L_{S'M} = n(\omega)\sqrt{D^2 + y^2} = n(\omega)D\sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2}} \quad (1.17)$$

Dans la pratique, pour que  $L_{S'M}$  varie peu par rapport à la longueur d'onde dans le vide (de l'ordre de  $\lambda_0 \approx 0,5 \mu\text{m}$ ), il faut que  $y \ll D$ . On peut donc écrire<sup>11</sup> :

$$L_{S'M} = n(\omega)D\sqrt{1 + \frac{y^2}{D^2}} \approx n(\omega)D \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2}{D^2}\right) \quad (1.18)$$

En notant  $r$  le rayon du faisceau lumineux, la variation maximale du chemin optique sur le plan  $\Pi$  sera :

$$\Delta(L_{S'M}) \leq \Delta_{\max} = \frac{n(\omega)r^2}{2D} \quad (1.19)$$

La condition  $\Delta_{\max} \ll \lambda_0$  pour que le faisceau soit assimilable à une onde plane s'écrit donc :

$$r \ll \sqrt{\frac{2\lambda_0 D}{n(\omega)}} \quad (1.20)$$

Dans ces conditions, on dit que le faisceau obtenu correspond à une onde sphérique quasi plane.

Exemple : la lentille L est une lentille convergente de focale  $f' = 20 \text{ cm}$ . Elle est plongée dans de l'air ( $n \approx 1$ ). La source S est placée 1 mm en avant du point focal objet. Les formules de conjugaison permettent alors de calculer la distance  $p'$  entre L et l'image S' de S :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \text{ avec } f' = 20 \text{ cm et } p = -19,9 \text{ cm d'où } p' = -3\,980 \text{ cm} \quad (1.21)$$

S' est donc à gauche de la lentille comme sur la figure 1.13. Etant donnée la grande valeur de  $|p'|$  ( $\approx 40 \text{ m}$ ), on peut confondre  $D$  avec  $-p'$  pour les applications numériques. La condition sur le rayon  $r$  du faisceau s'écrit alors, en prenant une longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$  :

$$r \ll \sqrt{\frac{2\lambda_0 D}{n}} \approx 6,3 \text{ mm} \quad (1.22)$$

La condition est donc relativement sévère.

## 1.5 S'il ne fallait retenir que cela

- La nature ondulatoire de la lumière est prouvée par l'existence des phénomènes d'interférence et de diffraction. Elle n'exclut pas une nature corpusculaire (photon).

---

11. Voir chapitre 2, paragraphe 2.2.6 pour la validité des développements limités.

- La lumière visible correspond à une onde électromagnétique transverse dont la longueur d'onde dans le vide est de l'ordre de  $\lambda_0 \approx 0,5\mu\text{m}$  et la fréquence de l'ordre de  $\nu \approx 6.10^{14}$  Hz.
- Dans la plupart des problèmes d'interférence et de diffraction, on peut "oublier" le caractère vectoriel de l'onde lumineuse et la représenter par une vibration scalaire  $s(M, t)$ .
- Les capteurs lumineux ne donnent qu'une valeur moyenne sur un très grand nombre de périodes de  $s^2$ .
- Le long d'un rayon lumineux partant d'une source S, la phase varie comme  $2\pi L_{SM}/\lambda_0$  où  $L_{SM} = \int_S^M n dl$  est le chemin optique pour aller de S à M et  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide.
- Une surface d'onde se définit relativement à une source ponctuelle. Elle représente les points où la phase de la vibration issue de cette source est la même. C'est aussi une surface iso chemin optique compté à partir de cette source.
- Le théorème de Malus affirme que les rayons lumineux croisent orthogonalement les surfaces d'ondes lorsque la propagation se fait dans un milieu isotrope.
- Le chemin optique séparant deux surfaces d'onde relatives à la même source est indépendant du rayon lumineux choisi. Il en est de même du chemin optique séparant deux points conjugués par un système optique.

## 1.6 Exercices

### Exercice 1

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, déterminer le chemin optique séparant un objet ponctuel  $A$  de son image  $A'$  par un miroir sphérique placé dans l'air ( $n = 1$ ). Vérifier le résultat obtenu dans le cas du miroir plan.

### Exercice 2

On considère un dioptre sphérique de centre  $C$  et de sommet  $S$  séparant deux milieux homogènes et non dispersifs, d'indice  $n$  (où se trouve  $C$ ) et d'indice  $n'$ . Soit  $A$  un point du milieu objet, situé sur l'axe principal, et  $AI$  un rayon incident rencontrant le dioptre en  $I$ ; le rayon réfracté correspondant coupe l'axe en  $A$ .

1. Faire une figure en supposant  $A$  et  $A'$  réels.
2. Soit  $H$  la projection de  $I$  sur l'axe principal. On pose  $\overline{SH} = x$ ,  $\overline{SA} = p$ ,  $\overline{SA'} = p'$ . Calculer le chemin optique  $L_{AA'}$ , en fonction de  $n$ ,  $n'$ ,  $x$ ,  $p$ ,  $p'$  et  $R = \overline{SC}$ .
3. Que devient l'expression de  $L_{AA'}$ , lorsqu'on se limite à des rayons paraxiaux? Retrouver ainsi la relation de conjugaison du dioptre avec origine aux sommets.

### Exercice 3

On considère un miroir sphérique de centre  $C$  et de rayon  $R$ . Un rayon lumineux issu d'un point  $A$  tel que  $CA = x_A \ll R$ , vient frapper le miroir en  $M$ , se réfléchit et recoupe le diamètre  $CA$  en  $A'$ . On peut caractériser le rayon incident par l'angle  $\theta = (\overline{CA}, \overline{CM})$ . Soit  $Ox$  un axe dont l'origine est  $C$ , et dirigé suivant  $CA$ ; on se propose, pour  $\theta$  donné, de déterminer la position de  $A'$ , caractérisée par son abscisse  $x_{A'}$  ( $\theta$  est un angle quelconque, pas nécessairement petit).

1. Déterminer, en fonction de  $\theta$ , le chemin optique  $L_{AA'} = L_{AM} + L_{MA'}$ .
2. Faire un développement limité de l'expression précédente en considérant  $x_A/R$  et  $x_{A'}/R$  comme des infiniment petits.
3. En déduire que  $A$  et  $A'$  sont deux points approximativement stigmatiques pourvu qu'ils soient dans le voisinage immédiat de  $C$  et symétriques par rapport à ce point. Doit-on être dans les conditions de Gauss pour qu'il en soit ainsi?



## Chapitre 2

# Interférences lumineuses à deux ondes

### 2.1 Etude générale

Avant d'aborder la modélisation du phénomène d'interférence pour les ondes lumineuses, nous allons brièvement l'étudier dans le cas d'ondes mécaniques à la surface d'un liquide puis au sein d'un fluide compressible (ondes sonores). Nous introduirons ainsi progressivement la notion de cohérence.

#### 2.1.1 Interférences d'ondes à la surface d'un bassin

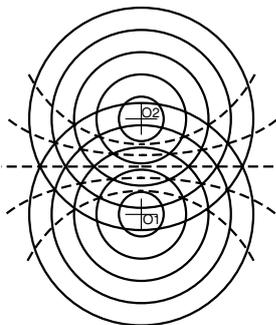


FIGURE 2.1 – Interférences sur une cuve à ondes.

Reprenons, pour en donner une interprétation quantitative, l'exemple du chapitre précédent concernant les interférences observées sur la cuve à onde (Figure 2.1).

Nous noterons  $h_1(M, t)$  (resp.  $h_2(M, t)$ ) la hauteur des vagues produites par  $O_1$  (resp.  $O_2$ ) au point  $M$  à l'instant  $t$  (Figure 2.2).  $r_1$  (resp.  $r_2$ ) est la distance  $O_1M$  (resp.  $O_2M$ ).  $\omega$  est la pulsation commune aux deux ondes

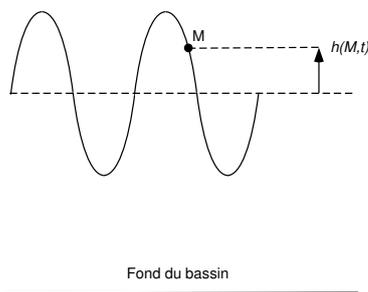


FIGURE 2.2 – Ondes de surface

et  $c$  leur célérité de propagation à la surface du bassin. On rappelle que les sources placées en  $O_1$  et  $O_2$  vibrent en phase. En admettant que la hauteur des vagues décroît en  $r^{-\frac{1}{2}}$ , les ondes circulaires à la surface du bassin seront décrites par les fonctions complexes suivantes<sup>1</sup> :

$$\underline{h}_1(M, t) = \frac{h_0}{\sqrt{r_1}} e^{[i\omega(\frac{r_1}{c} - t)]} \text{ et } \underline{h}_2(M, t) = \frac{h_0}{\sqrt{r_2}} e^{[i\omega(\frac{r_2}{c} - t)]} \quad (2.1)$$

Tant que l'amplitude des vagues est faible devant la profondeur moyenne, on peut considérer le milieu de propagation comme linéaire. La hauteur de l'eau au point  $M$  et à l'instant  $t$  est alors simplement  $h_1 + h_2$  :

$$\underline{h}(M, t) = \frac{h_0}{\sqrt{r_1}} e^{[i\omega(\frac{r_1}{c} - t)]} + \frac{h_0}{\sqrt{r_2}} e^{[i\omega(\frac{r_2}{c} - t)]} \quad (2.2)$$

Le carré  $A^2$  de l'amplitude des oscillations en  $M$  vaut donc :

$$A^2(M, t) = \underline{h} \underline{h}^* = h_0^2 \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{2}{\sqrt{r_1 r_2}} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)\right) \right] \quad (2.3)$$

où  $\lambda = 2\pi c/\omega$  est la longueur d'onde des vagues, c'est-à-dire la distance séparant deux vagues successives en provenance d'une même source. L'équation (2.3) montre que, suivant la valeur de  $r_1 - r_2$ , l'amplitude des oscillations à la surface du liquide sera plus ou moins grande. Cette amplitude sera maximale si :

$$(r_1 - r_2) = p\lambda \text{ avec } p \in \mathbb{Z} \quad (2.4)$$

Elle sera minimale si :

---

1. Le carré de l'amplitude de la vibration est proportionnel à la densité locale d'énergie. Si on néglige la viscosité, l'énergie de l'onde se conserve au cours de la propagation mais se répartit sur un périmètre augmentant comme  $r$ . La densité locale d'énergie varie donc en  $1/r$  et l'amplitude en  $1/\sqrt{r}$ .

$$(r_1 - r_2) = (2p + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ avec } p \in \mathbb{Z} \quad (2.5)$$

Les équations (2.4) et (2.5) sont les équations d'hyperboles dont les sources  $O_1$  et  $O_2$  sont les foyers. C'est bien ce que confirme l'expérience (Figure 2.17).

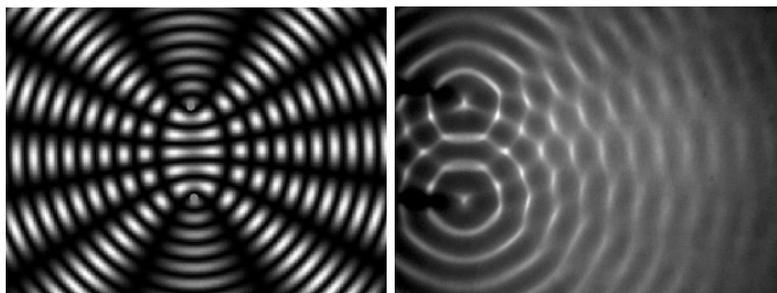


FIGURE 2.3 – Interférences sur une cuve à ondes. Figure de gauche : simulation. Figure de droite : Expérience réelle

On remarquera que pour  $r_1 = r_2$  ( $p = 0$ ), c'est-à-dire sur la médiatrice du segment  $O_1O_2$ , l'amplitude des vagues est maximale. Sur l'hyperbole correspondant à un minimum et immédiatement voisine de cette médiatrice, l'amplitude des vagues est pratiquement nulle puisque alors  $r_1$  est très voisin de  $r_2$ .

### 2.1.2 Interférences d'ondes sonores

On peut réaliser une expérience très semblable à la précédente en plaçant deux diapasons identiques  $D_1$  et  $D_2$  en deux points  $O_1$  et  $O_2$  d'une pièce. Si l'on prend garde de limiter au maximum les réflexions parasites sur les murs, le sol et le plafond, on peut facilement observer des interférences en déplaçant un micro dans l'espace environnant les diapasons. On observe des zones d'amplitude maximale et minimale correspondant à des hyperboloïdes de révolution, de foyers  $O_1$  et  $O_2$ <sup>2</sup>. La modélisation est très voisine de celle faite au 2.1.1. Les deux diapasons étant identiques, ils vibrent à la même pulsation  $\omega$  et avec la même amplitude. La propagation se faisant dans un espace à trois dimensions, on admettra que l'amplitude décroît<sup>3</sup> en  $1/r$ . En reprenant les mêmes notations que sur la figure 2.2, les ondes sonores présentes dans la pièce seront donc décrites par les fonctions complexes suivantes :

2. Cette surface est engendrée par une hyperbole de foyer  $O_1$  et  $O_2$  tournant autour de la droite  $O_1O_2$ .

3. Reprendre le raisonnement suivi dans la note de la page 26 en remarquant que, cette fois-ci, l'énergie se répartit sur une surface qui varie comme  $r^2$ .

$$\underline{u}_1(M, t) = \frac{u_0}{r_1} e^{[i\omega(\frac{r_1}{c}-t)+i\varphi_1]} \text{ et } \underline{u}_2(M, t) = \frac{u_0}{r_2} e^{[i\omega(\frac{r_2}{c}-t)+i\varphi_2]} \quad (2.6)$$

Pour réaliser l'expérience, on frappe les diapasons à l'aide d'un petit marteau pour les lancer. Dans la pratique, il est impossible de réaliser cette opération exactement au même moment sur  $D_1$  et sur  $D_2$  de sorte que, généralement, les diapasons ne vibrent pas en phase. C'est la raison de la présence des termes  $i\varphi_1$  et  $i\varphi_2$  dans le modèle. En admettant que le milieu de propagation des ondes sonores est linéaire, l'amplitude de la vibration perçue en un point  $M$  de la pièce et à l'instant  $t$  sera :

$$\underline{u}(M, t) = \frac{u_0}{r_1} e^{[i\omega(\frac{r_1}{c}-t)+i\varphi_1]} + \frac{u_0}{r_2} e^{[i\omega(\frac{r_2}{c}-t)+i\varphi_2]} \quad (2.7)$$

Le carré  $A^2$  de l'amplitude réelle des oscillations en  $M$  vaut donc :

$$A^2(M, t) = \underline{u} \underline{u}^* = u_0^2 \left[ \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) + \Delta\varphi \right) \right] \quad (2.8)$$

avec  $\lambda = 2\pi c/\omega$  (longueur d'onde) et  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  (déphasage entre les deux diapasons). Cette fois-ci, l'amplitude de l'onde sonore perçue en  $M$  dépend non seulement de  $r_1 - r_2$  mais aussi de  $\Delta\varphi$ . Cette amplitude sera maximale si :

$$(r_1 - r_2) = \left( p - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \lambda \text{ avec } p \in \mathbb{Z} \quad (2.9)$$

Elle sera minimale si :

$$(r_1 - r_2) = \left( p + \frac{1}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \right) \lambda \text{ avec } p \in \mathbb{Z} \quad (2.10)$$

Dans les deux cas, le lieu des points correspondant soit à des maxima, soit à des minima, est bien un hyperboloïde de révolution de foyers  $O_1$  et  $O_2$ . Ce qui différencie essentiellement cette expérience faite avec des diapasons de celle réalisée sur la cuve à onde, c'est que la position des zones d'amplitude maximale va changer à chaque fois que l'on relancera les diapasons. De plus, cette position ne sera même pas prévisible, la valeur de  $\Delta\varphi$  étant elle même imprévisible (variation aléatoire d'une expérience à l'autre).

*Sur la cuve à onde, la position des maxima est immuable car les deux sources sont synchronisées. Pour les ondes sonores engendrées par des diapasons, cette position est aléatoire, car les deux sources sont indépendantes.*

**Remarque :** Les variations d'amplitudes des ondes (en  $1/r$  ou  $1/\sqrt{r}$ ) au cours de la propagation ne jouent aucun rôle sur la position des maxima et des minima. Elles n'influent que sur les valeurs extrêmes prises par  $A^2$ .

### 2.1.3 Interférences d'ondes lumineuses. Cohérence

A partir de ce paragraphe, les notations seront celles déjà utilisées dans le chapitre 1.

#### Interférences de deux sources ponctuelles indépendantes

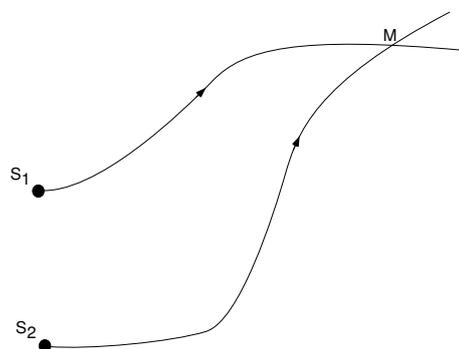


FIGURE 2.4 – Deux sources lumineuses indépendantes

Essayons d'adapter les modèles précédents à la lumière. Pour cela, considérons deux sources lumineuses identiques  $S_1$  et  $S_2$ . Supposons-les ponctuelles, monochromatiques de pulsation  $\omega$ . Le milieu de propagation n'étant pas forcément homogène, les rayons lumineux issus de  $S_1$  et  $S_2$  ne sont pas obligatoirement des droites. La vibration lumineuse le long de chaque rayon sera décrite par les fonctions complexes :

$$s_1(M, t) = s_{01} \exp \left[ i \left( \omega t - 2\pi \frac{L_{S_1 M}}{\lambda_0} + \varphi_1 \right) \right] \quad (2.11)$$

$$s_2(M, t) = s_{02} \exp \left[ i \left( \omega t - 2\pi \frac{L_{S_2 M}}{\lambda_0} + \varphi_2 \right) \right] \quad (2.12)$$

En supposant le milieu de propagation linéaire, on en déduit que le carré  $A^2$  de l'amplitude de la vibration en M sera :

$$A^2 = \left[ s_{01}^2 + s_{02}^2 + 2s_{01}s_{02} \cos \left( 2\pi \frac{\delta_{12}(M, \lambda_0)}{\lambda_0} + \Delta\varphi \right) \right] \quad (2.13)$$

où  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  représente le déphasage entre les deux sources et  $\delta_{12}(M, \lambda_0) = L_{S_2 M} - L_{S_1 M}$  la différence de chemin optique pour aller de  $S_1$

ou de  $S_2$  à  $M^4$ . Un capteur lumineux placé en  $M$  sera sensible à l'éclairement  $E(M)$  en ce point, c'est-à-dire à la moyenne temporelle<sup>5</sup> de  $A^2$  :

$$E(M) = \left\langle \left[ s_{01}^2 + s_{02}^2 + 2s_{01}s_{02} \cos \left( 2\pi \frac{\delta_{12}(M, \lambda_0)}{\lambda_0} + \Delta\varphi \right) \right] \right\rangle \quad (2.14)$$

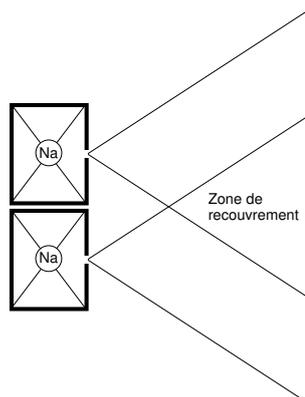


FIGURE 2.5 – On n'observe aucune interférence avec deux sources lumineuses indépendantes

Pour vérifier les prédictions de ce modèle, réalisons l'expérience suivante (Figure 2.5) : Prenons deux lampes spectrales à vapeur de sodium et plaçons devant chacune d'elle une plaque noire percée d'un trou très petit. On a ainsi réalisé deux sources quasi ponctuelles et quasi monochromatiques. Devant ces deux sources, on place un écran. Dans la zone où les deux faisceaux se superposent (zone de recouvrement), on devrait voir sur l'écran des variations spatiales de l'éclairement puisque celui-ci dépend sinusoidalement de la différence de chemin optique  $\delta_{12}$ . Dans la pratique, il n'en est rien. L'éclairement de l'écran est uniforme. Aucune interférence n'est visible.

Puisque l'expérience montre que  $E$  ne dépend pas de la position du point  $M$ , c'est que la valeur moyenne temporelle de  $\cos \left( 2\pi \frac{\delta_{12}(M, \lambda_0)}{\lambda_0} + \Delta\varphi \right)$  est nulle. Dans cette expression, seul  $\Delta\varphi$  peut éventuellement dépendre du temps. Nous allons voir, qu'en effet, ce sont les variations très rapides de  $\Delta\varphi$  qui empêchent de voir les interférences avec notre dispositif. Pour le comprendre, il faut que nous précisions un peu plus la nature de l'émission d'une source lumineuse.

4. Le chemin optique calculé dans un milieu dispersif dépend de la pulsation, donc de la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . Il en est donc de même pour  $\delta_{12}$

5. Cette moyenne temporelle doit être comprise au sens de ce qui a été expliqué au 1.2.5, c'est-à-dire comme la moyenne sur le temps d'intégration du capteur.

### Modèle de l'émission lumineuse

On peut se faire une idée grossière mais suffisante du mécanisme de l'émission lumineuse en supposant qu'il y a dans l'atome qui émet la radiation un oscillateur matériel responsable du rayonnement électromagnétique<sup>6</sup>. Du fait de l'énergie rayonnée, le mouvement de cet oscillateur s'amortit et s'arrête complètement lorsque toute l'énergie mécanique a été consommée. Pour expliquer l'émission continue observée à l'échelle macroscopique, on suppose que l'oscillateur est lancé à nouveau (choc du à l'agitation thermique, décharge électrique, etc), et l'on peut ainsi comparer son mouvement à celui d'un diapason que l'on relance par un nouveau choc après chaque arrêt.

Suivant la nature des sources lumineuses la durée de l'oscillation entre deux relances varie entre  $10^{-10}$  et  $10^{-5}$  seconde. Chaque émission de ce type constitue ce que l'on nomme un train d'onde. Pour la plupart des sources communes, l'oscillateur est relancé à peu près un milliard de fois par seconde. Il reprend à chaque fois un mouvement de même période, mais qui doit être considéré comme indépendant du précédent, parce que la phase a varié de manière aléatoire<sup>7</sup>.

Si nous considérons deux sources différentes  $S_1$  et  $S_2$ , ou deux points différents d'une même source (autre qu'un LASER), la variation de la phase relative  $\Delta\varphi$  est elle aussi aléatoire et très rapide. Il en résulte que si pour un système de deux trains d'onde issus de chacune des sources, une zone de l'espace correspond à une amplitude de vibration maximale (frange brillante), pour le système suivant, il n'en est généralement plus de même : la frange brillante s'est déplacée. On obtient ainsi une situation analogue à celle obtenue avec les deux diapasons.

Ces changements se faisant environ un milliard de fois par seconde, un capteur lumineux n'y est évidemment pas sensible et ne perçoit aucune interférence. C'est là une variation essentielle par rapport aux phénomènes acoustiques qui tient uniquement à une différence d'ordre de grandeur. Deux diapasons peuvent donner des interférences parce qu'on a le temps de les observer avant qu'il soit nécessaire de relancer l'un d'entre eux. Deux sources lumineuses ne peuvent pas donner d'interférences observables parce que le phénomène, bien que parfaitement défini à chaque instant, se modifie un milliard de fois par seconde. C'est un des aspects du délicat problème de la cohérence, étudié plus en détail au paragraphe suivant.

---

6. Voir le modèle de l'électron élastiquement lié dans le cours d'électromagnétisme.

7. Il n'y a pas que la phase qui varie. L'amplitude, la polarisation et, dans une moindre mesure, la pulsation (effet Doppler) varient aussi.

### Cohérence de deux sources lumineuses

Un capteur de lumière fournit une information proportionnelle à l'éclairement présent à l'endroit où il est placé, c'est-à-dire à la moyenne de  $A^2$  calculée sur sa durée  $\tau$  d'intégration. Pour qu'un système d'interférence soit effectivement observable, il faut donc qu'il n'évolue pratiquement pas pendant un temps  $\tau$  dont l'ordre de grandeur varie entre  $10^{-4}$ s (caméra très rapide) et 1s (thermopile).

La durée d'un train d'onde varie suivant les sources lumineuses. Pour une flamme ou un objet incandescent, elle est de l'ordre de  $10^{-10}$ s. Pour un LASER très sophistiqué, elle peut atteindre  $10^{-5}$ s. Ainsi, au cours d'une observation, un capteur de lumière enregistre la moyenne des figures engendrées par des séries de 10 à 10 milliards de couples de trains d'onde ! Dans la pratique courante (la source est une lampe à décharge, le capteur est l'œil humain), c'est environ 100 millions de figures d'interférences successives dont on fait la moyenne en observant une image.

Pour bien voir les conséquences pratiques de cette réalité, reprenons le modèle développé au 2.1.3 en supposant maintenant que les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  émettent des lumières de pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . La vibration lumineuse le long de chaque rayon sera maintenant décrite par les fonctions complexes suivantes :

$$\underline{s}_1(M, t) = s_{01} \exp \left[ i \left( \omega_1 t - 2\pi \frac{L_{S_1 M}}{\lambda_{01}} + \varphi_1 \right) \right] \quad (2.15)$$

$$\underline{s}_2(M, t) = s_{02} \exp \left[ i \left( \omega_2 t - 2\pi \frac{L_{S_2 M}}{\lambda_{02}} + \varphi_2 \right) \right] \quad (2.16)$$

Le carré de l'amplitude de la vibration en M sera alors :

$$A^2 = [s_{01}^2 + s_{02}^2 + 2s_{01}s_{02} \cos((\omega_1 - \omega_2)t + 2\pi K + \Delta\varphi)] \quad (2.17)$$

avec

$$K = \frac{L_{S_2 M}}{\lambda_{02}} - \frac{L_{S_1 M}}{\lambda_{01}}$$

Pour que des interférences soient observables, il faut que  $A^2$  varie très peu pendant le temps  $\tau$  d'intégration du capteur. Lorsque cette condition est remplie, on dit que les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  sont cohérentes. Cela suppose que :

- $|\omega_1 - \omega_2|$  soit très petit devant  $1/\tau$ . C'est la condition de cohérence temporelle. Dans la pratique, les pulsations de vibrations lumineuses étant de l'ordre de  $10^{15}$  rad.s $^{-1}$  et  $1/\tau$  étant toujours plus petit que  $10^4$  s $^{-1}$ , cette condition impose que  $\omega_1 = \omega_2$ . Il s'en suit que :

*Condition de cohérence temporelle : pour que deux ondes lumineuses puissent interférer, il faut qu'elles aient même fréquence.*

- $\Delta\varphi$  ne varie pas au cours du temps. C'est la condition de cohérence spatiale. En effet, si on emploie deux sources indépendantes ou deux points différents d'une même source (autre qu'un LASER), la différence  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  varie elle aussi de manière aléatoire et sa valeur moyenne est nulle. Pour qu'il n'en soit pas ainsi, il faudrait pouvoir synchroniser les deux sources (comme sur la cuve à onde) pour qu'elles émettent des trains d'ondes dont la différence de phase soit constante.

Dans la pratique, on ne sait pas synchroniser deux sources lumineuses (on sait le faire avec des émetteurs radio). Pour parvenir au résultat recherché, on engendre deux trains d'onde à partir d'un seul provenant d'un point unique d'une source lumineuse. On a alors  $\Delta\varphi = C^{te}$ .

*Condition de cohérence spatiale : pour que deux ondes lumineuses puissent interférer, il faut qu'elles proviennent du même point d'une source lumineuse.*

Pour terminer ce paragraphe, remarquons que lorsque deux sources sont incohérentes (quelle que soit la nature de ce manque de cohérence), l'éclairement est simplement la somme des éclairissements de chacune des deux sources prises séparément. On retiendra donc la règle pratique suivante :

*Si deux sources lumineuses sont cohérentes, elles interfèrent. Les amplitudes de leurs vibrations s'additionnent et l'éclairement qui en résulte est égal à la somme des éclairissements dus à chaque source, augmentée d'un terme positif ou négatif, caractéristique des interférences.*

*Si deux sources lumineuses sont incohérentes, elles n'interfèrent pas. L'éclairement en un point est simplement la somme des éclairissements dus à chaque source.*

Cas particulier du LASER : Le faisceau lumineux émis par un LASER est très proche d'un faisceau de lumière parallèle. Il en résulte qu'il peut être concentré dans une zone quasi ponctuelle grâce à une lentille convergente (figure 2.6). Ainsi, tout se passe comme si cette lumière particulière provenait d'une source elle aussi quasi ponctuelle. La cohérence spatiale du LASER est donc excellente. Cela signifie que deux points lumineux isolés à l'intérieur d'un tel faisceau forment deux sources pouvant interférer.

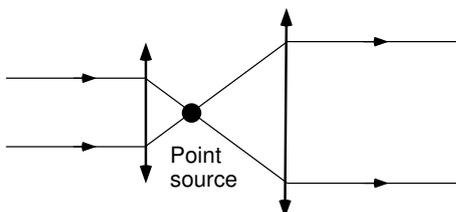


FIGURE 2.6 – Un faisceau de lumière rigoureusement parallèle est spatialement cohérent

### 2.1.4 Les deux types d'interféromètres

Nous avons vu que l'observation d'interférences lumineuses nécessite l'utilisation de sources cohérentes. Nous allons voir ici comment les réaliser pratiquement.

Deux sources lumineuses parfaitement cohérentes doivent être ponctuelles, de même fréquence (et donc monochromatiques) et synchronisées. On peut tout de suite affirmer que les deux premières conditions sont techniquement irréalisables. En effet :

- La notion de source ponctuelle est purement théorique. En pratique, la source lumineuse utilisée a toujours une certaine étendue géométrique sinon elle n'émet aucune énergie !
- La notion d'onde monochromatique est elle aussi théorique. En pratique, une source lumineuse a toujours une certaine étendue spectrale<sup>8</sup> (même un LASER) de sorte qu'un rayon est en fait constitué d'ondes de fréquences différentes.

Pour ces deux raisons, la réalisation de sources lumineuses cohérentes est toujours approximative. Il est, en revanche, assez simple d'approcher quasi parfaitement ces deux critères d'étendue spatiale et spectrale. On peut toujours rendre une source plus ponctuelle, par exemple en plaçant devant elle un écran percé d'un trou suffisamment petit. On peut également toujours rendre une source suffisamment monochromatique en utilisant un filtre adapté.

Dans l'état actuel de nos connaissances, il est en revanche impossible de synchroniser deux sources lumineuses distinctes. Pour obtenir deux (ou plus) rayons lumineux parcourus par des vibrations synchronisées<sup>9</sup>, on utilise toujours une source unique  $S$  qui engendre deux sources secondaires synchronisées. Dans la grande majorité des cas,  $S_1$  et  $S_2$  sont des images optiques

8. Il existe plusieurs raisons à cette étendue spectrale. L'une des plus incontournables est liée à la durée nécessairement finie des trains d'onde. Ainsi, lorsqu'une source de vibration émet un train d'onde sinusoïdale de durée  $\tau$ , l'analyse spectrale de celui-ci fera apparaître une dispersion en fréquence  $\Delta\nu$  de l'ordre de  $\Delta\nu \approx 1/\tau$ .

9. Il ne faut pas confondre deux sources en phase ( $\Delta\varphi = 0$ ) et deux sources synchronisées ( $\Delta\varphi = C^{te}$ ).

de la source primaire<sup>10</sup> S. Dans tous les cas, il est nécessaire de former deux faisceaux lumineux à partir d'un seul, ce que l'on ne peut faire que de deux manières :

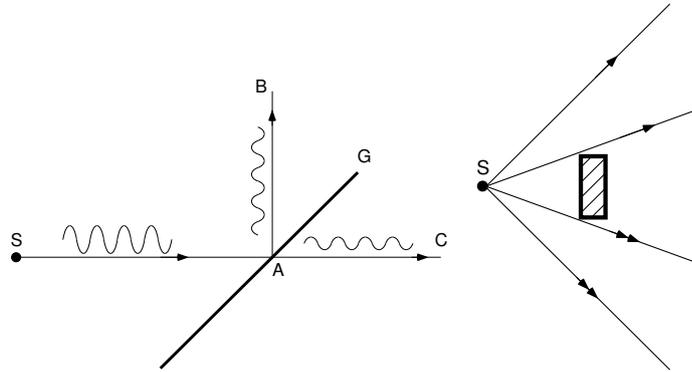


FIGURE 2.7 – Les deux types d'interféromètres : Division d'amplitude (à gauche) et division du front d'onde (à droite)

- Division d'amplitude : en plaçant devant la source S (source primaire) une lame G qui laisse passer une partie de la lumière et en reflète une autre, on crée à partir d'un seul rayon tel que SA au moins deux rayons tels que AB et AC (Figure 2.7 - gauche). Lorsque la source primaire émet un train d'onde, celui-ci se dédouble sur la lame G en deux trains d'onde synchronisés se propageant sur AB et sur AC. Un exemple d'interféromètre utilisant cette technique est l'interféromètre de Michelson (voir chapitre 3, paragraphe 3.3).

Dans cette technique, une surface d'onde atteignant la lame G est intégralement transmise aux deux sources secondaires mais l'amplitude de la vibration lumineuse est partagée. On parle donc de division d'amplitude.

- Division du front d'onde : En plaçant devant la source S (source primaire) un écran convenable, on peut créer deux faisceaux de lumière (Figure 2.7 - droite) qui ensuite peuvent engendrer chacun une image distincte de S. Lorsque la source primaire émet un train d'onde, celui-ci se répartit sur une surface d'onde qui se divise pour engendrer deux trains d'onde synchrones. Un exemple d'interféromètre utilisant ce système est l'ensemble formé par les miroirs de Fresnel (voir chapitre 3, paragraphe 3.1).

Dans cette technique, une surface d'onde atteignant le dispositif séparateur est divisée en deux surfaces sur lesquelles l'amplitude de la

10. Les trous d'Young en sont un contre exemple célèbre.

vibration lumineuse est conservée. On parle alors de division du front d'onde.

## 2.2 Cas de deux ondes totalement cohérentes

Dans cette partie, nous allons étudier les figures d'interférence engendrées par un ensemble de deux sources totalement cohérentes (cas idéal de deux sources synchronisées, ponctuelles et monochromatiques de même longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ ). Nous ne chercherons pas, pour l'instant, à savoir comment ces deux sources ont été engendrées ni quel est l'interféromètre utilisé.

### 2.2.1 Expression de l'éclairement

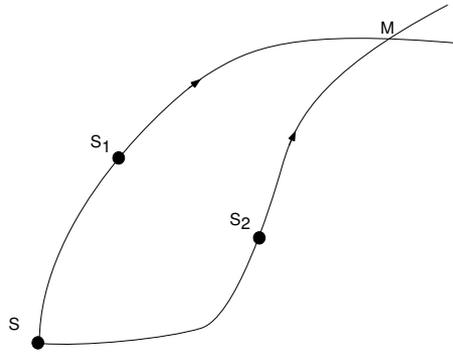


FIGURE 2.8 –

Quelle que soit la manière utilisée pour engendrer deux sources lumineuses cohérentes, on le fait toujours en partant d'une source unique S (figure 2.8). Le déphasage final entre les rayons qui se superposent en un point M de l'écran n'est alors dû qu'à la différence de chemin optique pour aller de S à M en passant par un trajet ou par l'autre. Il n'est plus nécessaire d'exprimer le déphasage  $\Delta\varphi$  entre les deux sources secondaires S1 et S2 mais seulement la différence de chemin optique  $\delta(M, \lambda_0) = L_{SS_2M} - L_{SS_1M}$ . L'expression de l'éclairement au point M devient donc <sup>11</sup> :

$$E(M) = \left[ s_{01}^2 + s_{02}^2 + 2s_{01}s_{02} \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M, \lambda_0)}{\lambda_0} \right) \right] \quad (2.18)$$

#### Remarque :

11. Le carré  $A^2$  de l'amplitude de la vibration lumineuse ne dépendant plus du temps (sources cohérentes), il n'est plus nécessaire d'en prendre la valeur moyenne temporelle pour calculer l'éclairement  $E$ .

Il peut arriver dans certains cas qu'une réflexion sur un miroir s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$  (Cf. cours d'électromagnétisme). Pour en tenir compte, il suffit de rajouter  $\lambda_0/2$  à la différence de marche.

### 2.2.2 Franges d'interférence

#### Définition

Les surfaces de l'espace correspondant à un même éclairement sont données par :

$$\delta(M, \lambda_0) = C^{\text{te}} \quad (2.19)$$

Lorsque ces surfaces interceptent le plan d'un écran d'observation, elles forment des courbes iso-éclairement nommées franges d'interférence.

#### Ordre d'interférence

Ces courbes correspondent à des franges brillantes lorsque l'argument du cos dans l'équation 2.18 est un multiple de  $2\pi$ . Inversement, il s'agit de franges sombres lorsque cet argument est un multiple impair de  $\pi$ . Afin de raisonner facilement sur la position des franges brillantes ou des franges sombres, on introduit un nombre sans dimension noté  $k$ , nommé ordre d'interférence, égal au quotient de l'argument du cos par  $2\pi$  :

$$k = \frac{\delta(M, \lambda_0)}{\lambda_0} \quad (2.20)$$

*L'ordre d'interférence est entier pour une frange brillante et demi-entier pour une frange sombre.*

Si on connaît la fonction  $\delta(M, \lambda_0)$ , l'équation de la courbe représentant la frange d'ordre  $k$  s'obtiendra en écrivant  $\delta(M, \lambda_0) = k\lambda_0$ .

Exemple : Supposons un interféromètre pour lequel on observe les franges dans le plan  $z = 0$  et où la différence de chemin optique pour le point  $M(x, y, z = 0)$  correspond à la fonction suivante :

$$\delta(M, \lambda_0) = (n(\lambda_0) - 1)e + \frac{ax}{D} \quad (2.21)$$

où  $e$ ,  $a$  et  $D$  sont des constantes homogènes à des longueurs et  $n(\lambda_0)$  est l'indice optique d'un milieu homogène dispersif. La frange d'ordre  $k$  sera la courbe d'équation :

$$x_k = [k\lambda_0 - (n(\lambda_0) - 1)e] \frac{D}{a} \quad (2.22)$$

Il s'agit d'une droite (frange rectiligne) parallèle à l'axe  $Oy$ .

**Frange achromatique**

Par définition, on appelle frange achromatique la frange (si elle existe) dont la forme et la position ne dépendent pas de la longueur d'onde.

Exemple : Reprenons le cas précédent. Pour que la frange d'ordre  $k$  puisse être qualifiée d'achromatique, il faut que  $\frac{\partial x_k}{\partial \lambda_0} = 0$  ce qui implique :

$$k = e \frac{\partial n}{\partial \lambda_0} \quad (2.23)$$

C'est l'ordre de la frange achromatique<sup>12</sup>.

**Remarque :** Pour un interféromètre ne mettant en jeu que des milieux non dispersifs, la différence de marche ne dépend pas de  $\lambda_0$ . L'équation 2.20 montre alors que la frange achromatique est la frange d'ordre 0, c'est-à-dire la frange centrale.

**Frange centrale**

Par définition, on appelle frange centrale la frange pour laquelle  $k = 0$ .

Cette appellation ne correspond pas toujours à la réalité expérimentale. Il existe des situations où la frange centrale ne se trouve pas au milieu de la figure d'interférence présente sur l'écran. Il arrive même parfois qu'elle ne soit pas observable (Voir chapitre 3, paragraphe 3.2)

**2.2.3 Visibilité de la figure d'interférence**

Lorsque l'on place un écran pour obtenir une figure d'interférence, on visualise sur cette surface particulière les variations de la fonction  $E(M)$ . La figure obtenue sera bien entendu d'autant plus facile à observer que la différence entre l'éclairement des franges brillantes et celui des franges sombres sera importante (Figure 2.9).

Pour donner une évaluation quantitative de cette caractéristique importante, on introduit le facteur de visibilité  $V$  défini sur l'intervalle  $[0, 1]$  par :

$$V = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}} \quad (2.24)$$

---

12. En toute rigueur,  $\frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$  peut dépendre de  $\lambda_0$ . Dans ce cas, l'ordre trouvé correspondra à la frange dont la position dépendra le moins possible de la longueur d'onde.

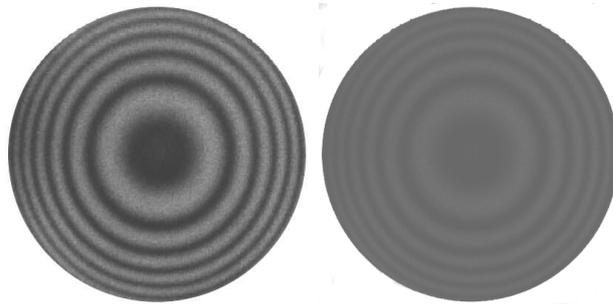


FIGURE 2.9 – Bonne visibilité à gauche, visibilité médiocre à droite

où  $E_{\max}$  et  $E_{\min}$  représentent les éclairagements sur une frange brillante et une frange sombre immédiatement voisines.

Lorsqu'une frange sombre correspond à un éclairagement strictement nul ( $E_{\min} = 0$ ), la visibilité est localement maximale :  $V = 1$ . Inversement, une visibilité nulle ( $V = 0$ ) correspond à une zone de l'écran uniformément éclairé où les franges ne sont plus visibles ( $E_{\max} = E_{\min}$ ).

Dans le cas de deux sources totalement cohérentes, l'équation 2.18 permet de donner l'expression de la visibilité qui vaut :

$$V = \frac{2x}{1+x^2} \text{ avec } x = \frac{s_{01}}{s_{02}} \quad (2.25)$$

ce qui montre que :

*Pour deux sources totalement cohérentes, la visibilité de la figure d'interférence est maximale ( $V = 1$ ) lorsque l'amplitude de ces deux sources est identique ( $x = 1$ ).*

On peut également remarquer que, pour deux sources totalement cohérentes, la visibilité ne dépend ni de la zone de l'écran observée, ni de sa position, mais uniquement du rapport  $x$ . Les interférences sont observables avec la même visibilité partout où des rayons issus de  $S_1$  et de  $S_2$  peuvent se superposer. On dit alors que les interférences sont non localisées.

*Par définition, on dit que la frange d'ordre  $k$  est non localisée lorsqu'elle est observable avec la même visibilité dans tout l'espace où les faisceaux se recouvrent. S'il en est ainsi pour toutes les franges, on dit que les interférences sont non localisées.*

**Remarque :** Dans la pratique expérimentale, l'éclaircement d'un écran est la somme de l'éclaircement dû à la figure d'interférence et de l'éclaircement

parasite présent au sein du laboratoire. Il en résulte que la visibilité réelle est toujours plus petite que la visibilité théorique. Il n'y a que si l'éclairement parasite est très faible devant  $E_{\min}$  que les deux visibilités sont équivalentes.

#### 2.2.4 Cas d'un écran placé parallèlement aux sources secondaires

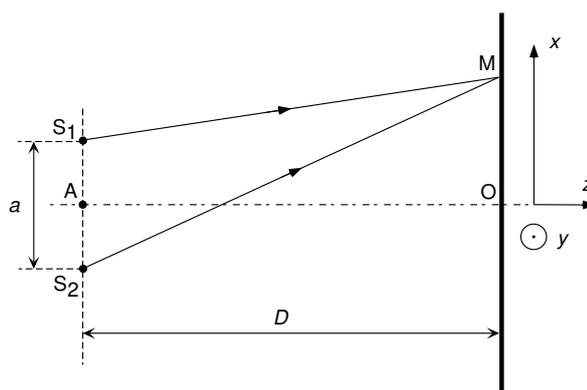


FIGURE 2.10 – Ecran placé parallèlement aux sources secondaires

Supposons les deux sources cohérentes  $S_1$  et  $S_2$  distantes de  $a$ , placées dans un milieu homogène, non dispersif, d'indice  $n = 1$ . Plaçons un écran plan parallèlement à la droite  $S_1S_2$  et à grande distance de celle-ci :  $D \gg a$  (Figure 2.10). Un point  $M$  de cet écran est repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z = 0)$ , le plan  $xAz$  contenant  $S_1$  et  $S_2$ , l'origine  $O$  étant l'intersection de la médiatrice du segment  $S_1S_2$  et de l'écran, l'axe  $Ox$  un axe parallèle à  $S_1S_2$ , l'axe  $Oy$  complétant le repère.

#### Calcul de la différence de marche

Avec ces notations, le chemin optique de  $S_1$  à  $M$  s'écrit :

$$L_{S_1M} = S_1M = \sqrt{D^2 + y^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \quad (2.26)$$

En se limitant à des points  $M$  au voisinage du centre  $O$  de l'écran ( $x \ll D$  et  $y \ll D$ ), on peut écrire :

$$L_{S_1M} \approx D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x - a)^2}{D^2} \right) \right] \quad (2.27)$$

De la même manière, on calcule :

$$L_{S_2M} \approx D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x+a)^2}{D^2} \right) \right] \quad (2.28)$$

On obtient donc pour la différence de chemin optique :

$$\boxed{\delta(M) = L_{SS_2M} - L_{SS_1M} \approx L_{SS_2} - L_{SS_1} + \frac{ax}{D}} \quad (2.29)$$

### Forme des franges, interfrange

La différence de chemin optique ne dépendant que de  $x$ , il en est de même de l'éclairement. On en déduit que :

*Au voisinage du centre de l'écran, les franges sont des droites orthogonales à la direction  $S_1S_2$ .*

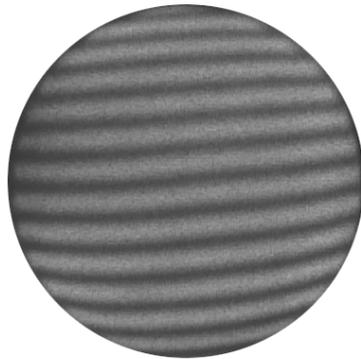


FIGURE 2.11 – Franges rectilignes du coin d'air (interféromètre de Michelson)

L'allure de la figure d'interférence obtenue est représentée sur la figure 2.11. On y observe des franges rectilignes<sup>13</sup> alternativement sombres et brillantes. On nomme interfrange la distance séparant deux franges consécutives de même nature. Dans le cas qui nous intéresse, l'interfrange  $i$  est uniforme sur l'ensemble de la figure et vaut<sup>14</sup> :

13. Les déformations apparaissant sur les bords de l'image sont dues au système de projection.

14. Comme indiqué au chapitre 1 paragraphe 1.2.2, l'analyse de la figure d'interférence (la mesure de  $i$ ) permet de connaître la longueur d'onde de la lumière utilisée.

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a} \quad (2.30)$$

### Numérotation des franges

D'après l'équation 2.29, la frange d'ordre  $k$  est la droite d'équation :

$$x_k = \frac{D}{a} \left[ k\lambda_0 - (L_{SS_2} - L_{SS_1}) \right] = x_0 + ki \quad (2.31)$$

Parmi toutes les franges brillantes, celle correspondant à un ordre d'interférence nul ( $k = 0$ , frange centrale) possède une propriété remarquable : sa position ne dépend pas de la longueur d'onde de la lumière utilisée. Elle est achromatique<sup>15</sup>. En désignant par  $q$  le numéro d'une frange brillante quelconque comptée à partir de la frange centrale ( $q = 0$  pour la frange centrale), on constate qu'il y a identité entre le numéro d'une frange et l'ordre d'interférence correspondant :  $q = k$ .

### Ordre de grandeur

Pour pouvoir observer des franges facilement à l'œil nu, il faut que l'interfrange  $i$  ne soit pas trop petite. Pour fixer les idées, supposons que l'écran soit placé à  $D \approx 1$  m et que l'on souhaite obtenir  $i \approx 1$  mm. Pour de la lumière visible où  $\lambda_0 \approx 0,5 \mu\text{m}$ , on obtient  $a = \frac{\lambda_0 D}{i} \approx 0,5$  mm. Les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  sont donc très proches à l'échelle de l'expérimentateur.

### Influence d'une petite rotation de l'écran

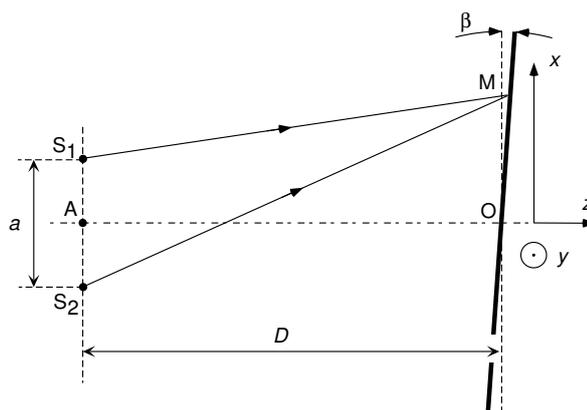


FIGURE 2.12 – Influence d'une petite rotation de l'écran

15. Cette propriété est due au caractère non dispersif du milieu de propagation, conformément à ce qui a été dit au 2.2.2

Supposons que l'écran d'observation ne soit plus exactement parallèle à  $S_1S_2$  mais fasse un petit angle  $\beta$  par rapport à la position précédente<sup>16</sup> (figure 2.12). En reprenant le calcul des chemins optiques, on obtient :

$$L_{S_1M} = S_1M = \sqrt{(D + x \tan \beta)^2 + y^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2} \quad (2.32)$$

En se limitant à des points M au voisinage du centre O de l'écran ( $x \ll D$  et  $y \ll D$ ), et à des angles  $\beta$  suffisamment faibles ( $x \tan \beta \ll D$ ) on peut écrire :

$$L_{S_1M} \approx D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x - a)^2}{D^2} + \frac{2xD \tan \beta + (x \tan \beta)^2}{D^2} \right) \right] \quad (2.33)$$

De la même manière, on calcule :

$$L_{S_2M} \approx D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{y^2}{D^2} + \frac{(x + a)^2}{D^2} + \frac{2xD \tan \beta + (x \tan \beta)^2}{D^2} \right) \right] \quad (2.34)$$

On obtient donc pour la différence de chemin optique la même expression que dans le cas de référence :

$$\delta(M) = L_{SS_2M} - L_{SS_1M} \approx L_{SS_2} - L_{SS_1} + \frac{ax}{D} \quad (2.35)$$

*La figure d'interférence n'est pas sensible à une petite rotation de l'écran par rapport à une position strictement parallèle aux sources  $S_1S_2$ .*

### 2.2.5 Cas d'un écran placé perpendiculairement aux sources secondaires

Reprenons le même système que le précédent et disposons l'écran perpendiculairement à  $S_1S_2$ . Le dispositif présentant maintenant une symétrie axiale autour de la droite  $S_1S_2$ , nous adopterons un système de coordonnées polaires pour repérer un point M sur l'écran en notant en particulier  $r$  sa distance au centre C de l'écran. Nous noterons également  $D$  la distance de l'écran au point O milieu de  $S_2S_1$  et  $\alpha$  l'angle ( $S_2S_1, OM$ ) (Figure 2.13).

<sup>16</sup>. Le réglage parfait n'existant pas, ce cas est toujours celui rencontré dans la pratique.

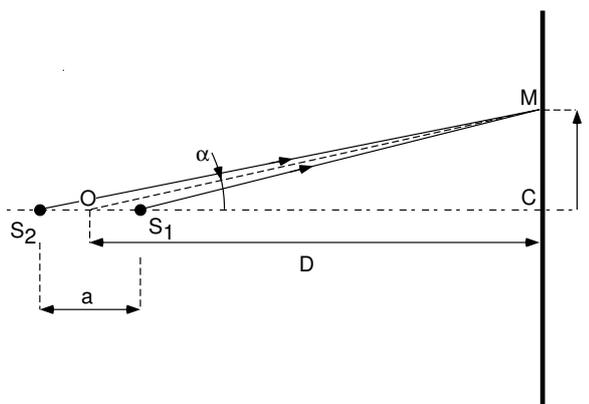


FIGURE 2.13 – Ecran placé perpendiculairement aux sources secondaires

### Calcul de la différence de marche

Le chemin optique séparant  $S_2$  de  $M$  s'écrit alors :

$$L_{S_2M} = S_2M = \|\vec{S_2O} + \vec{OM}\| = \sqrt{\left(\frac{D}{\cos \alpha}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + aD} \quad (2.36)$$

Pour un écran placé loin des sources ( $D \gg a$ ), cette expression devient :

$$L_{S_2M} = \frac{D}{\cos \alpha} \sqrt{1 + \left(\frac{a \cos \alpha}{2D}\right)^2 + \frac{a \cos^2 \alpha}{D}} \approx \frac{D}{\cos \alpha} + \frac{a \cos \alpha}{2} \quad (2.37)$$

De la même manière, on calcule :

$$L_{S_1M} \approx \frac{D}{\cos \alpha} - \frac{a \cos \alpha}{2} \quad (2.38)$$

On obtient donc pour la différence de chemin optique :

$$\boxed{\delta(M) = L_{SS_2M} - L_{SS_1M} \approx L_{SS_2} - L_{SS_1} + a \cos \alpha} \quad (2.39)$$

### Forme des franges

La différence de chemin optique ne dépendant que de  $\alpha$ , il en est de même de l'éclairement. On en déduit que :

*es franges sont des anneaux<sup>17</sup> centrés en  $C$ .*

17. De par la symétrie axiale autour de  $S_1S_2$ , la forme des franges était prévisible sans même que le calcul de  $\delta$  soit nécessaire.

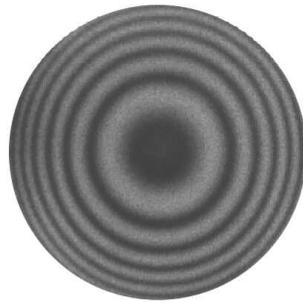


FIGURE 2.14 – Anneaux de la lame d'air (interféromètre de Michelson)

L'allure de la figure d'interférence obtenue est représentée sur la figure 2.14. On y observe des anneaux alternativement sombres et brillants. Dans le cas qui nous intéresse, l'interfrange  $i$  n'est pas uniforme : les anneaux se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre de la figure. C'est ce qui va être montré dans le paragraphe suivant.

### Numérotation et rayons des anneaux brillants

Pour la suite, nous nous placerons dans le cas fréquent où

$$L_{SS_2} - L_{SS_1} = 0$$

C'est le cas, en particulier, de l'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air. L'expression de la différence de marche devient alors :

$$\delta(M) \approx a \cos \alpha \quad (2.40)$$

L'équation 2.40 montre qu'il n'y a alors ni frange centrale, ni frange achromatique visible sur l'écran (il faudrait  $|\alpha| = \pi/2$ ). Elle montre également que la différence de marche est maximale au centre de l'écran et diminue en s'en éloignant. Il en est donc de même de l'ordre d'interférence.

Soit  $k_1$  l'ordre d'interférence du premier anneau brillant (celui dont le rayon est le plus petit). D'après ce qui vient d'être dit,  $k_1$  est le premier entier (anneau brillant) inférieur ou égal à  $k_{\max} = a/\lambda_0$  :

$$k_1 = \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) \quad (2.41)$$

L'ordre d'interférence décroissant lorsqu'on s'éloigne du centre de la figure<sup>18</sup>, l'ordre d'interférence  $k_2$  du deuxième anneau brillant sera :

<sup>18</sup>. On peut remarquer ici que le numéro et l'ordre d'interférence d'un anneau varient en sens inverse, contrairement au cas étudié au paragraphe 2.2.4

$$k_2 = k_1 - 1 = \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) - 1 \quad (2.42)$$

Une récurrence immédiate donne l'ordre d'interférence de l'anneau numéro  $q$  :

$$k_q = \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) - (q - 1) \quad (2.43)$$

Pour des points voisins du centre de l'écran, l'angle  $\alpha$  est suffisamment faible pour que l'on puisse écrire à la fois (DL à l'ordre 2 en  $\alpha$ ) :

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ et } \tan \alpha = \frac{r}{D} \approx \alpha \quad (2.44)$$

d'où :

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{r^2}{2D^2} \quad (2.45)$$

Si on note  $r_q$  le rayon du  $q^{\text{ème}}$  anneau brillant, on a donc :

$$k_q = \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) - (q - 1) = \frac{a \cos \alpha_q}{\lambda_0} \approx \frac{a}{\lambda_0} \left( 1 - \frac{r_q^2}{2D^2} \right) \quad (2.46)$$

On en déduit l'expression de  $r_q$  :

$$r_q \approx D\sqrt{2} \sqrt{1 - \frac{\lambda_0}{a} \left[ \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) - (q - 1) \right]} \quad (2.47)$$

Le carré du rayon d'un anneau brillant varie linéairement avec son numéro. Les anneaux ne sont donc pas équidistants. Ils se resserrent lorsqu'on s'éloigne du centre de la figure.

### Ordre de grandeur

Supposons un écran placé à  $D \approx 1$  m où l'on souhaite observer cinq anneaux brillants dans un cercle d'environ 10 cm de rayon. On veut donc  $r_5 \approx 10^{-2}$  m. En supposant pour simplifier que  $a$  est un multiple de  $\lambda_0$ , on obtient :

$$4 \frac{\lambda_0}{a} = \frac{r_5^2}{2D^2} \quad (2.48)$$

soit  $a \approx 4$  cm pour une onde dans le domaine visible ( $\lambda_0 \approx 0,5 \mu\text{m}$ ). Cette fois-ci, la distance entre les sources secondaires est nettement plus importante que dans le cas du paragraphe 2.2.4 (environ deux ordres de grandeur).

### Influence d'une petite rotation de l'écran

La différence de marche ne dépendant que de  $\alpha$ , les surfaces iso-éclairage sont des cônes de révolution de sommet O et d'axe  $S_1S_2$ . Les franges d'interférences correspondent à l'intersection de ces surfaces avec le plan de l'écran.

L'intersection d'un plan et d'un cône correspond à une conique. Lorsque le plan intercepte l'axe du cône, il s'agit d'une ellipse. Lorsque l'écran subit une petite rotation par rapport à la position de référence, les anneaux circulaires se transforment donc progressivement en anneaux elliptiques. Si l'angle de rotation reste petit, la transformation n'est quasiment pas visible.

#### 2.2.6 Validité des développements limités

Les calculs permettant de prévoir les caractéristiques d'une figure d'interférence sont centrés sur la notion de différence de marche. Pour des problèmes d'interférence à deux ondes, il s'agit de calculer la différence de chemin optique entre deux rayons lumineux partant d'un même point source S et se superposant en un même point M d'un écran.

Très fréquemment, ce calcul utilise un développement limité en montrant que la différence de marche  $\delta$  correspond à la différence de deux chemins optiques très proches  $L_{SS_1M}$  et  $L_{SS_2M}$ . On cherche ainsi à écrire  $L_{SS_2M}$  sous la forme :

$$L_{SS_2M} = L_{SS_1M} + \delta \quad (2.49)$$

où  $\delta$  apparaît finalement comme le premier terme non nul du développement de  $L_{SS_2M} - L_{SS_1M}$ . C'est ce qui a été fait dans les paragraphes précédents.

On doit prendre en compte le fait que cette démarche néglige dans le calcul de  $\delta$  les termes d'ordre supérieur du développement. La différence de chemin optique intervenant dans le résultat final par l'intermédiaire d'une fonction sinusoïdale de la différence de phase  $2\pi\delta/\lambda_0$ , il est important de vérifier que les termes négligés n'influent pas de manière significative sur cette fonction.

Exemple : considérons un dispositif comme celui de la figure 2.10 avec  $a = 5$  mm,  $D = 1$  m,  $x_M = 1$  cm,  $y_M = 0$  et  $L_{SS_1} = L_{SS_2}$ . Dans de l'air homogène dont on suppose l'indice égal à 1, un calcul direct de la différence de marche donne :

$$\delta_1 = 49,997\ 35 \mu\text{m}$$

L'utilisation d'un développement limité paraît ici parfaitement justifié puisque l'on a  $D/a = 200$  et  $D/x_M = 100$ . En utilisant celui réalisé au paragraphe 2.2.4, on trouve :

$$\delta_2 = 50,000\ 00\ \mu\text{m}$$

Le terme négligé vaut donc  $\Delta = \delta_2 - \delta_1 = 2,65\ \text{nm}$  ce qui est effectivement très petit devant  $\delta_1$ . L'éclairement au point M dépend de la fonction  $\cos(2\pi\delta/\lambda_0)$ . Si on utilise une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500\ \text{nm}$ , cette fonction vaut pour  $\delta_1$  et pour  $\delta_2$  :

$$\cos(2\pi\delta_1/\lambda_0) = 0,999\ 4\ \text{et}\ \cos(2\pi\delta_2/\lambda_0) = 1,000\ 0$$

Les deux résultats sont pratiquement identiques, ce qui était prévisible puisque l'erreur  $\Delta$  est très petite devant  $\lambda_0$ . Supposons maintenant que le même dispositif soit éclairé par un faisceau de rayons X correspondant à une longueur d'onde de  $5\ \text{nm}$ . Cette fois-ci, on aurait :

$$\cos(2\pi\delta_1/\lambda_0) = -0,982\ 3\ \text{et}\ \cos(2\pi\delta_2/\lambda_0) = 1,000\ 0$$

Les deux résultats sont maintenant pratiquement opposés : là où le calcul utilisant la valeur approchée  $\delta_1$  prévoit une frange brillante, le calcul prenant en compte la valeur réelle  $\delta_2$  prévoit une frange sombre ! La difficulté n'est donc pas intrinsèque à la géométrie du système mais dépend de la source lumineuse utilisée.

Pour terminer, signalons que ce problème existe à chaque fois que la différence de marche devient grande par rapport à la longueur d'onde, c'est-à-dire lorsque l'ordre d'interférence  $k$  est grand devant l'unité. Une petite erreur sur  $\delta$  peut alors ne pas être négligeable devant la longueur d'onde  $\lambda_0$ .

*Pour la suite, nous supposerons que les conditions d'utilisation des systèmes étudiés correspondent toujours au cas où le calcul de  $\delta$  par le biais d'un développement limité est valide.*

## 2.3 Influence d'un manque de cohérence temporelle

Nous avons déjà vu qu'une source parfaitement ponctuelle (cohérence spatiale) et parfaitement monochromatique (cohérence temporelle) n'existe pas. Nous allons étudier dans ce paragraphe l'influence d'une certaine étendue spectrale de la source, celle-ci restant idéalement ponctuelle.

### 2.3.1 Profil spectral d'une source

Lorsqu'une source n'est pas monochromatique, on doit savoir comment se répartit l'énergie qu'elle émet sur son spectre. Pour cela, on définit la fonction  $F_\nu(\nu)$  de la fréquence  $\nu$  telle que l'éclairement élémentaire  $dE$  émis par la source sur l'intervalle de fréquence  $[\nu, \nu + d\nu]$  soit :

$$\boxed{dE = F_\nu(\nu) d\nu} \quad (2.50)$$

La fonction  $F_\nu$  se nomme la densité spectrale en fréquence de la source.

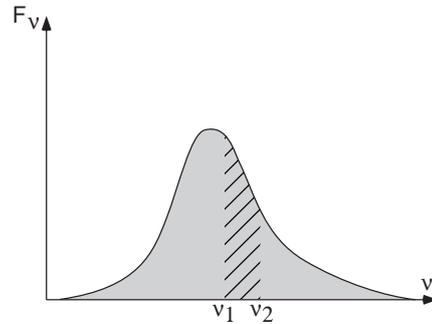


FIGURE 2.15 – Profil spectral d'une source

Si une source est caractérisée par une fonction  $F_\nu$ , l'éclairement  $\Delta E$  qu'elle émettra dans l'intervalle de fréquence  $[\nu_1, \nu_2]$  sera l'aire située sous cette courbe pour cet intervalle (Figure 2.15) :

$$\Delta E = \int_{\nu_1}^{\nu_2} F_\nu(\nu) d\nu \quad (2.51)$$

### 2.3.2 Cas d'un doublet spectral

Dans ce paragraphe, nous allons étudier le cas d'une source dont la densité spectrale en fréquence aurait l'allure de celle de la figure 2.16. Ces types de sources forment ce que l'on nomme un doublet spectral. La lumière émise par une lampe à décharge à vapeur de sodium en est un bon exemple<sup>19</sup>.

Nous supposons pour cette étude que :

- L'interféromètre utilisé engendre deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  identiques qui seront donc les sources de vibrations cohérentes de même amplitude pour chaque longueur d'onde :

$$s_{0,1}(\lambda_{0,1}) = s_{0,2}(\lambda_{0,1}) \text{ et } s_{0,1}(\lambda_{0,2}) = s_{0,2}(\lambda_{0,2}) \quad (2.52)$$

- Chacune des deux composantes du doublet est pratiquement monochromatique et de même amplitude :

$$s_{0,1}(\lambda_{0,1}) = s_{0,1}(\lambda_{0,2}) \text{ et } s_{0,2}(\lambda_{0,1}) = s_{0,2}(\lambda_{0,2}) \quad (2.53)$$

- Le milieu de propagation n'est pas dispersif. La différence de marche  $\delta$  due à l'interféromètre ne dépendra donc pas de la longueur d'onde et sera la même pour les deux composantes du doublet.

19. Pour le sodium,  $\lambda_{0,1} = 589,6 \text{ nm}$  et  $\lambda_{0,2} = 589,0 \text{ nm}$

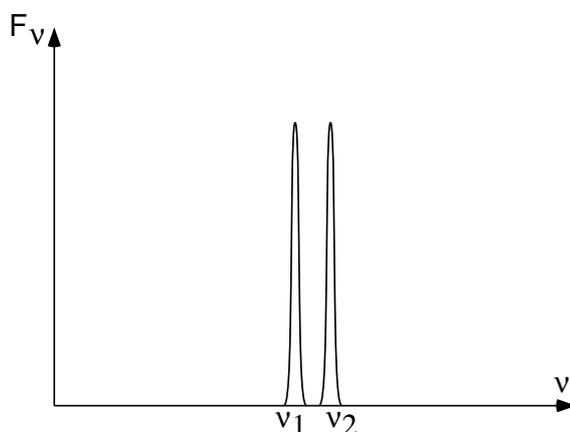


FIGURE 2.16 – Doublet spectral

- $\nu_2 > \nu_1$  et donc  $\lambda_{0,2} < \lambda_{0,1}$  ( $\lambda_{0,1} = c_0/\nu_1$  et  $\lambda_{0,2} = c_0/\nu_2$ );
- L'écart en longueur d'onde  $\Delta\lambda = \lambda_{0,1} - \lambda_{0,2}$  séparant les deux composantes est très petit devant la longueur d'onde moyenne  $\lambda_{0,m} = (\lambda_{0,1} + \lambda_{0,2})/2$ .

Les équations 2.52 et 2.53 permettent de définir une amplitude unique  $s_0$  pour les deux sources et les deux longueurs d'onde :

$$s_0 = s_{0,1}(\lambda_{0,1}) = s_{0,1}(\lambda_{0,2}) = s_{0,2}(\lambda_{0,1}) = s_{0,2}(\lambda_{0,2}) \quad (2.54)$$

Reprenons l'analyse et les notations du paragraphe 2.2.1.  $S_1$  et  $S_2$  étant obtenues à partir de la même source primaire, le profil spectral de cette source sera aussi celui des sources secondaires. Des lumières de fréquences différentes ne pouvant pas produire d'interférence, l'éclairement  $E(M)$  en un point  $M$  de l'espace sera la somme de l'éclairement  $E_1(M)$  du à la figure d'interférences correspondant à la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_{0,1} = \lambda_{0,m} - \Delta\lambda/2$  et de celui  $E_2(M)$  correspondant à  $\lambda_{0,1} = \lambda_{0,m} + \Delta\lambda/2$  (Cf. paragraphe 2.1.3) :

$$E_1(M) = 2s_0^2 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0,1}} \right) \right] \quad \text{et} \quad E_2(M) = 2s_0^2 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0,2}} \right) \right] \quad (2.55)$$

d'où :

$$E(M) = 2s_0^2 \left[ 2 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0,1}} \right) + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0,2}} \right) \right] \quad (2.56)$$

ce qui s'écrit aussi :

$$E(M) = 4s_0^2 \left[ 1 + \cos \left( \pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0,1}\lambda_{0,2}} \right) \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)\lambda_{0,m}}{\lambda_{0,1}\lambda_{0,2}} \right) \right] \quad (2.57)$$

### 2.3. INFLUENCE D'UN MANQUE DE COHÉRENCE TEMPORELLE 53

Enfin, en remarquant que si  $\Delta\lambda \ll \lambda_{0m}$  alors  $\lambda_{0,1}\lambda_{0,2} \approx \lambda_{0m}^2$ , on obtient finalement :

$$E(M) = 4s_0^2 \left[ 1 + \cos\left(\pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2}\right) \cos\left(2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_{0m}}\right) \right] \quad (2.58)$$

Le graphe<sup>20</sup> 2.17 représente les variations de  $E(M)$  avec  $\delta$ . On y voit une variation des valeurs de l'éclairement  $E_{\max}$  des franges brillantes et  $E_{\min}$  des franges sombres et donc de la visibilité. En effet, autour d'un point M de l'écran on a<sup>21</sup> :

$$E_{\max} = 4s_0^2 \left[ 1 + \left| \cos\left(\pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2}\right) \right| \right] \quad (2.59)$$

et

$$E_{\min} = 4s_0^2 \left[ 1 - \left| \cos\left(\pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2}\right) \right| \right] \quad (2.60)$$

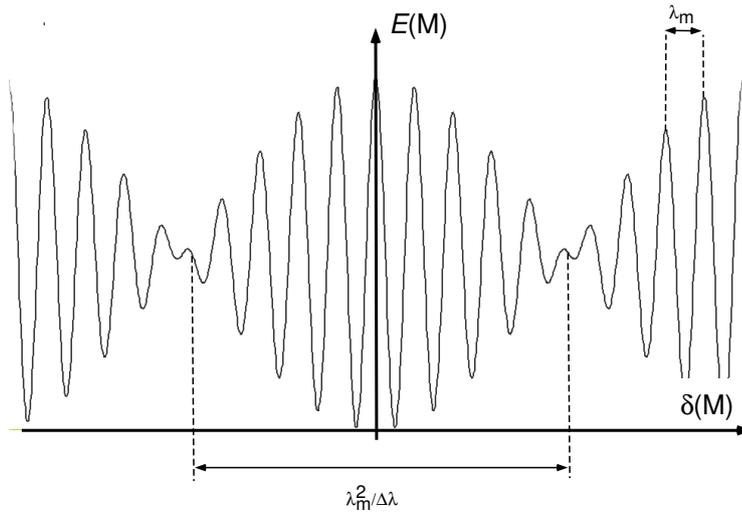


FIGURE 2.17 – Doublet spectral

La visibilité vaut donc :

$$V(M) = \left| \cos\left(\pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2}\right) \right| \quad (2.61)$$

20. Pour plus de clarté, ce graphe correspond à  $\lambda_{0m}/\Delta\lambda = 20$  alors que pour le doublet du sodium, on a  $\lambda_{0m}/\Delta\lambda \approx 1000$ .

21.  $\Delta\lambda$  étant très petit devant  $\lambda_{0m}$ , on peut considérer que  $\cos\left(\pi \frac{\delta(M)\Delta\lambda}{\lambda_{0m}^2}\right)$  ne varie pratiquement pas entre deux franges brillante et sombre immédiatement voisines.

**Remarques :**

- En faisant tendre  $\Delta\lambda$  vers 0, on retrouve pour l'éclairement et la visibilité les expressions déjà obtenues pour une source temporellement cohérente.
- La visibilité dépend du point de l'écran considéré. Les zones de visibilité minimale correspondent aux cas où une frange brillante correspondant à une longueur d'onde coïncide avec une frange sombre pour l'autre longueur d'onde. Les zones de visibilité maximale sont celles où les franges brillantes (et les franges sombres) pour les deux longueurs d'onde sont au même endroit.
- La visibilité peut s'exprimer en fonction de l'ordre  $k = \delta/\lambda_{0m}$  de la frange considérée :

$$V(k) = \left| \cos \left( \pi \frac{k\Delta\lambda}{\lambda_{0m}} \right) \right| \quad (2.62)$$

Cette expression montre que la visibilité de la frange d'ordre  $k$  ne dépend pas de la position de l'écran. Cette propriété étant vraie quel que soit  $k$ , les interférences restent non localisées malgré la dégradation de la cohérence temporelle de la source.

- La quantité  $N = \lambda_{0m}/\Delta\lambda$  représente le nombre de franges comprises entre deux points de visibilité nulle. Pour un doublet comme celui de la lampe au sodium,  $N \approx 1\,000$ . Pour le doublet jaune du mercure, on a  $N \approx 300$ .

**2.3.3 Profil spectral rectangulaire : modélisation d'une raie**

Lorsque l'on peut isoler (à l'aide d'un filtre par exemple) une raie d'émission d'une lampe à décharge, le profil spectral de la lumière obtenue ressemble à celui représenté en trait plein sur la figure 2.18. Pour simplifier l'étude, nous allons assimiler cette courbe à un profil rectangulaire (représenté en pointillé) correspondant à la densité spectrale  $F_\nu$  suivante :

$$\text{si } \nu \in [\nu_1, \nu_2] \text{ alors } F_\nu = F_0 \text{ sinon } F_\nu = 0 \quad (2.63)$$

Comme au paragraphe précédent, on supposera les sources secondaires identiques et le milieu de propagation non dispersif. On notera  $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ ,  $\nu_m = (\nu_1 + \nu_2)/2$  (on suppose  $\nu_1 < \nu_2$ ).

Limitons nous dans un premier temps à la lumière émise dans la bande  $[\nu, \nu + d\nu]$  ( $\nu \in [\nu_1, \nu_2]$ ). L'éclairement  $dE$  correspondant à cette bande et

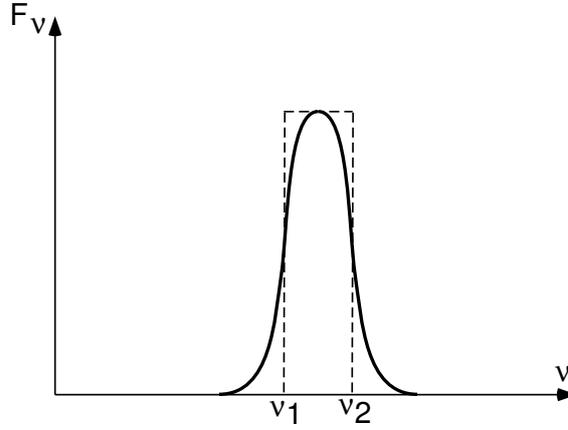


FIGURE 2.18 – Raie spectrale

engendré en un point M de l'espace par l'ensemble des deux sources synchronisées  $S_1$  et  $S_2$  vaut :

$$dE(M) = 2F_0 d\nu \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{\lambda_0} \right) \right] \quad (2.64)$$

où  $\lambda_0 = c_0/\nu$  est la longueur d'onde dans le vide correspondant à la fréquence  $\nu$  considérée. Les différentes bandes de fréquence ne pouvant pas interférer, l'éclairement  $E(M)$  est simplement la somme<sup>22</sup> des éclaircements élémentaires  $dE$  lorsque l'on balaye l'intervalle  $[\nu_1, \nu_2]$  :

$$E(M) = 2F_0 \int_{\nu_1}^{\nu_2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{c_0} \nu \right) \right] d\nu \quad (2.65)$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$E(M) = 2F_0 \Delta\nu \left[ 1 + \frac{\sin u}{u} \cos \left( 2\pi \frac{\delta(M)}{c_0} \nu_m \right) \right] \text{ avec } u = \pi \frac{\delta(M)}{c_0} \Delta\nu \quad (2.66)$$

ce qui montre que la visibilité vaut :

$$V(M) = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \text{ avec } u = \pi \frac{\delta(M)}{c_0} \Delta\nu \quad (2.67)$$

On a représenté sur la figure 2.19 les variations de  $E(M)$  en fonction de la différence de chemin optique  $\delta$ . Ce graphe montre que les franges ne sont facilement visibles que si  $|\delta| < \delta_{\max} = c_0/\Delta\nu$ . Au delà, la visibilité devient très faible.

22. Il faut bien noter ici que l'écriture  $E = \int dE$  n'est absolument pas évidente : c'est parce que les différentes bandes de fréquence sont incohérentes que cette équation est justifiée.

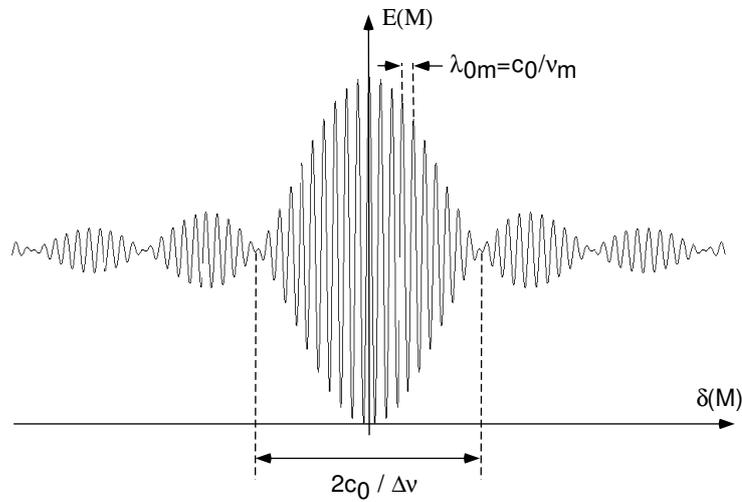


FIGURE 2.19 – Raie spectrale

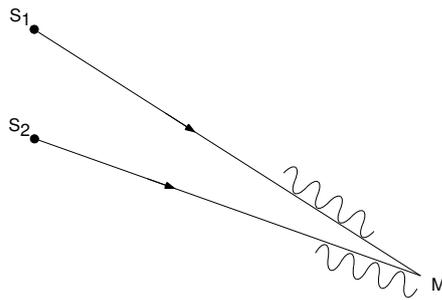


FIGURE 2.20 – Superposition partielle de deux trains d'onde

Ce dernier résultat est facilement interprétable à partir de la notion de train d'onde. Pour le comprendre, considérons le cas particulier formé par deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  placées dans un milieu homogène non dispersif (figure 2.20). Lorsque la source  $S$  émet un train d'onde, celui-ci se transforme en deux trains d'onde synchrones (si  $L_{SS_1} = L_{SS_2}$ ) au niveau des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ . Pour que des interférences soient observables au voisinage du point  $M$  de l'écran, il faut que ces deux trains d'onde se recouvrent (au moins partiellement) en ce point<sup>23</sup>. Il faut donc que leur longueur  $L$  soit plus grande que la différence  $\delta$  des chemins qu'ils ont à parcourir :

<sup>23</sup>. Dans le cas contraire, les trains d'onde se superposant en  $M$  ne seraient plus cohérents.

$$\delta < L \quad (2.68)$$

Sachant que la durée  $\tau = L/c$  d'un train d'onde est approximativement liée à l'étalement en fréquence  $\Delta\nu$  de la source qui l'émet par  $\Delta\nu \approx 1/\tau$ , la condition précédente s'écrit :

$$\delta < c/\Delta\nu \quad (2.69)$$

C'est bien ce qu'indique la figure 2.19.

**Remarques :**

- En faisant tendre  $\Delta\nu$  vers 0, on retrouve pour l'éclairement et la visibilité les expressions déjà obtenues pour une source temporellement cohérente.
- Les lobes secondaires entourant le lobe principal de largeur  $2c_0/\Delta\nu$  sur graphe de la figure 2.19 ne sont que des "artefacts" de la modélisation grossière de la fonction  $F_\nu$ . Si on utilise un profil plus proche de celui représenté en trait plein sur la figure 2.18, ces lobes secondaires disparaissent.
- Le résultat correspondant aux équations 2.66 et 2.67 a été établi sans faire d'hypothèse sur la valeur de  $\Delta\nu$  par rapport à  $\nu_m$ . Il est donc très général et peut être utilisé pour une source beaucoup plus étendue qu'une raie spectrale.
- La visibilité peut s'exprimer en fonction de l'ordre  $k = \delta/\lambda_{0m}$  de la frange considérée :

$$V(k) = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \quad \text{avec } u = \pi k \frac{\Delta\nu}{\nu_m} \quad (2.70)$$

Cette expression montre que la visibilité de la frange d'ordre  $k$  ne dépend pas de la position de l'écran. Cette propriété étant vraie quel que soit  $k$ , les interférences restent non localisées malgré la dégradation de la cohérence temporelle de la source.

- La quantité  $N = 2\nu_m/\Delta\nu$  représente le nombre de franges visibles sur la figure d'interférence. Pour une raie spectrale comme celle d'une des deux composantes du doublet du sodium, il est de l'ordre de 5 000. Pour une lumière blanche passée à travers un filtre interférentiel, on obtiendra une centaine de franges. La même lumière filtrée par un simple filtre gélatine ne donnera plus que quelques dizaines de franges visibles.

### 2.3.4 Condition pratique de cohérence temporelle d'une source

L'analyse du paragraphe précédent montre que la visibilité de la figure d'interférence reste très proche de celle qu'elle serait pour une source monochromatique si :

$$\frac{\delta \Delta \nu}{c_0} \ll 1 \quad (2.71)$$

Lorsqu'on utilise un interféromètre, la différence de marche  $\delta$  est toujours bornée, ne serait-ce qu'à cause de la dimension finie de l'écran d'observation. Soit  $\Delta$  la valeur maximale de  $|\delta|$  que permet d'obtenir l'interféromètre. La condition de cohérence temporelle de la source s'écrira :

$$\Delta \nu \ll \frac{c_0}{\Delta} \quad (2.72)$$

**Remarque :** La condition de cohérence temporelle de la source n'est pas intrinsèque à celle-ci : elle dépend de l'interféromètre utilisé.

## 2.4 S'il ne fallait retenir que cela

- Les figures d'interférences ne sont stables que si les sources qui interfèrent sont synchronisées et de même fréquence.
- On ne sait pas synchroniser deux sources lumineuses autrement qu'en les engendrant à partir d'une source ponctuelle unique. C'est la condition de cohérence spatiale. Cette source doit aussi être monochromatique. C'est la condition de cohérence temporelle.
- Lorsque les amplitudes des deux ondes lumineuses qui interfèrent sont identiques et que les sources sont totalement cohérentes, l'éclairement obtenu sur un écran s'écrit  $E(M) = \frac{E_0}{2} (1 + \cos 2\pi\delta(M)/\lambda_0)$  où  $\delta(M)$  est la différence entre les chemins optiques pour aller de la source S au point M de l'écran en passant par un chemin ou l'autre.
- Pour caractériser la possibilité de distinguer les franges sombres des franges brillantes, on introduit la visibilité  $V = (E_{\max} - E_{\min}) / (E_{\max} + E_{\min})$  qui varie entre 0 et 1.
- Lorsque la source n'est plus monochromatique, la visibilité varie avec  $\delta$ . Pour un doublet, cette variation est périodique. Pour un profil rectangulaire, le nombre de franges visibles est limité ( $\delta < \delta_{\max}$ ). Dans les deux cas, l'analyse de la figure d'interférence permet de remonter à la composition spectrale de la source ( $\Delta\lambda$  et  $\lambda_m$ ).

- L'étendue spectrale de la source influe directement sur la possibilité d'observer des franges correspondant à une différence de marche donnée. Il faut utiliser une source de faible étendue spectrale pour observer des interférences d'ordre élevé<sup>24</sup>.
- Les interférences associées à une source ponctuelle (*ie* spatialement cohérente) sont non localisées, que la source soit monochromatique (*ie* temporellement cohérente) ou pas.

---

24. Cette propriété sera utilisée dans la procédure de réglage de l'interféromètre de Michelson décrite au chapitre 4, § 4.2.2

## 2.5 Exercices

### Exercice 1

On considère un dispositif interférentiel constitué par un diaphragme D percé de trois petits trous  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  équidistants :

$$F_1F_2 = F_2F_3 = d \quad (2.73)$$

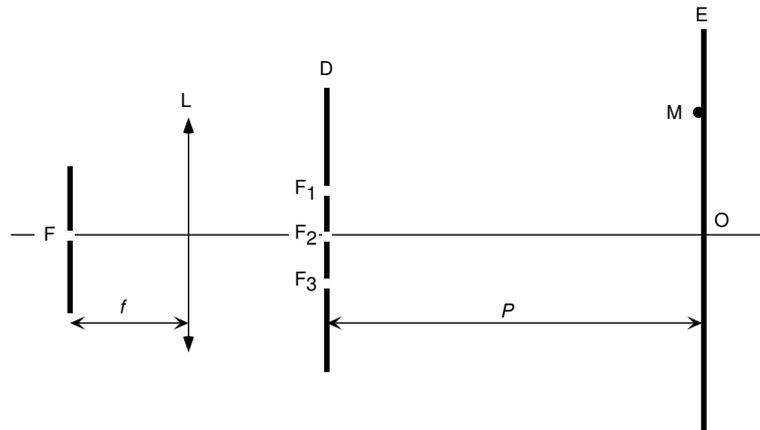


FIGURE 2.21 – Trois trous d'Young

Le trou central  $F_2$  est de largeur réglable, les deux trous  $F_1$  et  $F_3$  sont de même largeur. Le système est éclairé en lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda$  par une trou source  $F$  très fin, disposé au foyer objet d'une lentille  $L$  conformément à la figure 2.21. On observe les phénomènes d'interférences obtenus dans un plan  $E$  situé à la distance  $P$  du diaphragme  $D$  ( $P$  sera considéré comme très grand devant  $d$ ). On désignera par  $\varphi$  la différence de phase en un point  $M$  du plan  $E$  entre les vibrations diffractées par deux trous consécutifs du diaphragme  $D$  :  $F_1$ ,  $F_2$  ou  $F_2$ ,  $F_3$ .

On notera  $S_0$  le module de la vibration émise par  $F_1$  ou  $F_3$ . On donne :

$$d = 0,5 \text{ millimètre} \quad \lambda = 546 \text{ nanomètres} \quad p = 0,50 \text{ mètre}$$

1. On ferme totalement le trou  $F_2$ .
  - (a) Décrire le phénomène observé sur le plan  $E$
  - (b) On se limite à des points  $M$  de  $E$  contenus dans le plan de la figure. Exprimer, en fonction de  $y = \overline{OM}$ , abscisse du point  $M$  sur le plan  $E$ , l'amplitude résultante en  $M$  et représenter graphiquement en fonction de  $y$  la variation de l'éclairement sur une distance de quelques interfranges entourant le point  $O$ .

- (c) Donner la valeur numérique de l'interfrange.
2. On ouvre le trou  $F_2$  de manière à lui donner la même largeur qu'aux trous  $F_1$  et  $F_3$ . Exprimer à nouveau l'amplitude résultante en  $M$  et représenter graphiquement la variation de l'éclairement en fonction de  $y$  en précisant les points particuliers : maximums, minimums...
  3. On double la largeur de  $F_2$  de telle sorte que l'amplitude de la vibration diffractée par  $F_2$  soit le double de celle diffractée par les deux autres trous.
    - (a) Représenter graphiquement la nouvelle variation de l'éclairement.
    - (b) Comparer le système de franges ainsi obtenu à celui observé dans la question 1.
  4. Les trois trous  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  ayant à nouveau même largeur, on interpose en avant du plan  $D$  et tout contre  $F_2$  une lame de verre à faces planes et parallèles, d'indice  $n = 1,50$  et d'épaisseur  $e$  (figure 2.22).

FIGURE 2.22 – Une lame de verre devant  $F_2$ 

On désigne par  $\psi$  le déphasage que présentent alors les sources secondaires  $F_1$  et  $F_2$  d'une part,  $F_2$  et  $F_3$  d'autre part.

- (a) Donner, en fonction de  $\varphi$  et de  $\psi$ , l'expression de l'amplitude et de l'éclairement en  $M$ .
- (b) Représenter graphiquement la variation de l'éclairement en fonction de  $y$  pour  $\psi = 0$ ,  $\psi = \pi/2$  et  $\psi = \pi$ .
- (c) Quel doit être l'épaisseur  $e$  de la lame pour atteindre  $\psi = \pi/2$ ? Ne pourrait-on proposer un meilleur choix technologique de cette épaisseur pour atteindre le même résultat ?

## Exercice 2

Dans tout l'exercice, on pourra assimiler l'objectif du télescope à une lentille mince convergente de distance focale  $f = 50$  m.

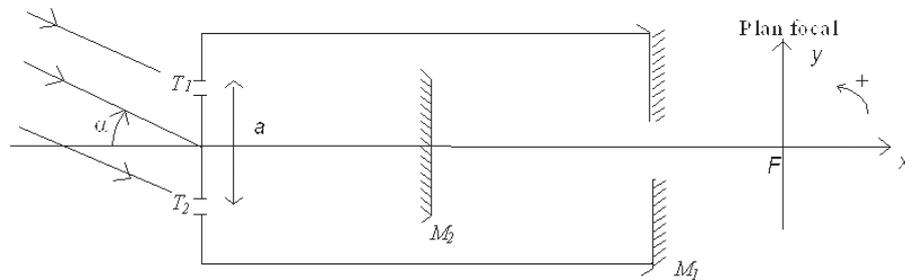


FIGURE 2.23 – 2 trous d'Young devant un télescope

On place devant l'objectif d'un télescope (figure 2.23) un écran percé de 2 trous identiques, distants de  $a$  et symétriques par rapport à l'axe du télescope ; on observe une étoile quasi ponctuelle émettant une radiation quasi monochromatique de longueur d'onde  $550\text{ nm}$ , et vue dans la direction faisant l'angle  $\alpha$  (négatif sur la figure 2.23) avec l'axe.

1. (a) Décrire le phénomène observé dans le plan focal de l'objectif. Quelle couleur correspond à cette longueur d'onde ?  
 (b) En ne tenant pas compte de l'image de diffraction, calculer la répartition de l'éclairement dans le plan focal.  
 (c) Définir et calculer l'interfrange.
2. On observe en fait une étoile double dont les deux composantes, émettent chacune une vibration de même intensité à  $550\text{nm}$  ; on pointe le télescope sur l'une des composantes ; le diamètre apparent de l'ensemble est  $\alpha$ .  
 (a) Calculer la nouvelle répartition d'éclairement.  
 (b) Déterminer la visibilité.
3. (a) La distance  $a$  des trous étant variable, on constate que l'éclairement devient uniforme pour une valeur minimale de  $a = a_0$ . En déduire la valeur de  $\alpha$   
 (b) Déterminer  $a_0$  pour pouvoir observer  $\alpha = 2$  secondes d'arc.  
 (c) Quelle devrait être la valeur de  $a_0$  pour pouvoir évaluer le diamètre apparent d'une étoile double valant  $8.10^{-3}$  secondes d'arc ?

### Exercice 3

On utilise un interféromètre à deux ondes correspondant au schéma fonctionnel de la figure 2.13. Grâce à un moteur, on déplace la source  $S_1$  à la vitesse constante  $V$ . On note  $x(t)$  l'abscisse de  $S_1$  sur l'axe OC. On place en C une photodiode qui délivre un photocourant  $I(t)$  proportionnel à l'intensité lumineuse reçue. Un enregistreur permet de tracer la courbe  $I(t)$ .

1. On éclaire l'interféromètre par un laser de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Tracer l'allure de l'interférogramme  $I(t)$  obtenu. Quelle est l'expression de sa période temporelle  $T$  ?
2. On utilise maintenant une lampe à vapeur de mercure "haute pression", munie d'un filtre interférentiel jaune qui laisse passer le doublet jaune du mercure, constitué de deux radiations de même intensité, de longueur d'onde  $\lambda_1 = 577 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 579 \text{ nm}$ , soit  $\delta\lambda = 2 \text{ nm}$ .
  - (a) Tracer l'allure de l'interférogramme  $I(t)$ .
  - (b) Sur cet interférogramme, dégager deux temps caractéristiques :  $T$  analogue à celui de la question précédente et  $T'$ , et les relier aux caractéristiques des radiations étudiées et à la vitesse  $V$  imposée par le moteur.
  - (c) Que vaut numériquement  $T'/2T$  ? Que représente ce nombre ?
3. En fait les deux composantes du doublet jaune du mercure sont mieux modélisées par des raies lorentziennes de même profil (c'est à dire de même intensité et de même largeur spectrale  $\Delta\lambda = 0,1 \text{ nm}$ ) centrées sur les nombres d'onde  $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$  et  $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$ .
  - Pour la raie 1, la densité spectrale en nombre d'onde peut s'écrire :

$$F_{\sigma,1}(\sigma) = \frac{B_0(\Delta\sigma)^2}{(\sigma - \sigma_1)^2 + (\Delta\sigma)^2} \quad (2.74)$$

– Pour la raie 2 :

$$F_{\sigma,2}(\sigma) = \frac{B_0(\Delta\sigma)^2}{(\sigma - \sigma_2)^2 + (\Delta\sigma)^2} \quad (2.75)$$

les deux largeurs  $\Delta\sigma$  étant supposées identiques.

- (a) On suppose pour commencer que l'interféromètre est éclairé par la seule raie 1. Déterminer le photocourant en fonction de la différence de marche  $\delta$ .

On "sait" que la transformée de Fourier d'une lorentzienne est une exponentielle et on admet que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(2\pi\alpha x) dx}{(x - x_0)^2 + \beta^2} = \frac{\pi}{\beta} \cos(2\pi\alpha x_0) e^{(-2\pi|\alpha|\beta)} \quad (2.76)$$

- (b) Exprimer en fonction de  $V$  et des autres données le temps caractéristique  $\tau$  de la décroissance de l'enveloppe de  $I(t)$ .
- (c) L'interféromètre est maintenant éclairé par les deux raies du doublet. Evaluer le rapport  $2\tau/T'$  et en déduire l'allure de l'interférogramme.



## Chapitre 3

# Exemples d'interféromètres

Dans ce chapitre, nous allons étudier quelques interféromètres classiques à deux ondes et particulièrement l'interféromètre de Michelson. Tout ce que nous avons dit dans le chapitre 2 reste bien entendu valable, en particulier ce qui concerne le manque de cohérence temporelle de la source primaire. Nous nous bornerons donc ici à étudier l'influence d'un manque de cohérence spatiale, la source primaire restant toujours idéalement monochromatique.

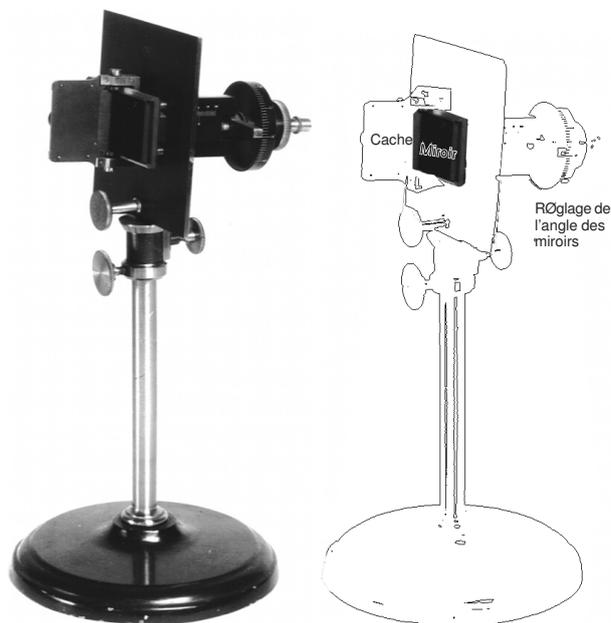


FIGURE 3.1 – Miroirs de Fresnel (1886).

### 3.1 Les miroirs de Fresnel

#### 3.1.1 Description

Le dispositif dit des "miroirs de Fresnel"<sup>1</sup> est constitué de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  accolés. Les plans  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  de ces deux miroirs se coupent suivant un axe  $\Delta$  et délimitent un angle  $\alpha$ . La figure 3.2 représentant le dispositif est réalisée dans le plan normal à  $\Delta$  et contenant la source primaire de lumière  $S$ . L'axe  $\Delta$  coupe le plan de la figure au point  $I$ . La source  $S$  est disposée de manière à éclairer les deux miroirs en même temps, afin que chacun d'eux réfléchisse de la lumière qui semblera alors provenir des sources secondaires que sont  $S_1$  (image de  $S$  par  $M_1$ ) et  $S_2$  (image de  $S$  par  $M_2$ ). Il est important de remarquer que les points  $S$ ,  $S_1$  et  $S_2$  sont ainsi disposés sur un même cercle de centre  $I$ . L'ensemble est plongé dans un milieu transparent homogène non dispersif, généralement de l'air.

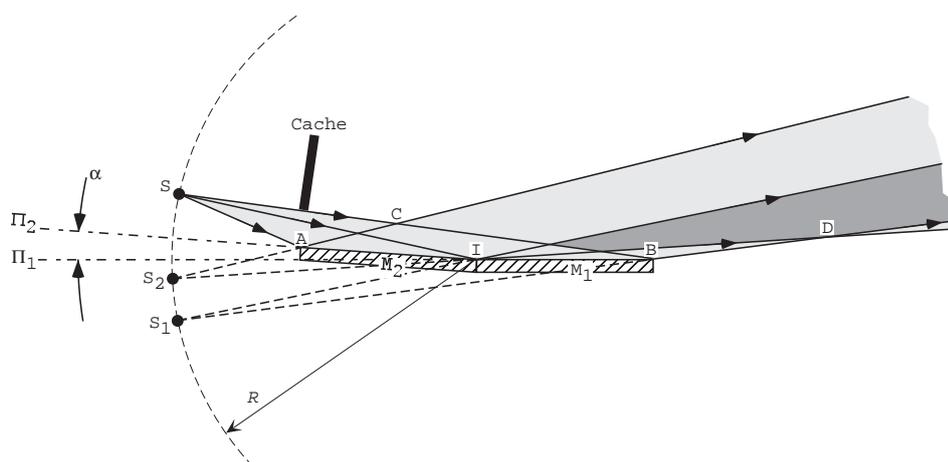


FIGURE 3.2 – Les miroirs de Fresnel : schématisation

Les interférences que nous étudierons ici sont observables dans la zone où les deux faisceaux réfléchis se superposent. Cette zone est représentée par la partie la plus ombrée<sup>2</sup> de la figure 3.2. La présence d'un cache est nécessaire pour s'assurer qu'aucune lumière en provenance directe de  $S$  ne puisse y parvenir.

1. En 1819, Augustin Fresnel obtient le prix de l'Académie des Sciences pour son mémoire concernant la diffraction de la lumière. Trois ans auparavant, il avait eu l'idée d'un dispositif, connu désormais sous le nom de miroirs de Fresnel, qui permet d'obtenir des franges d'interférences.

2. Des interférences sont également observables dans le quadrilatère AIBC mais correspondent à la superposition des faisceaux provenant des systèmes  $(S, S_1)$ ,  $(S, S_2)$  ou  $(S, S_1, S_2)$ .

### 3.1.2 Figure d'interférence en lumière spatialement cohérente

Nous étudions dans cette partie la figure d'interférence engendrée par un ensemble de miroirs de Fresnel éclairé par une source ponctuelle  $S$ . Nous supposons que le milieu de propagation est de l'air dont nous assimilerons l'indice à 1. Ces interférences seront observées sur un écran disposé normalement à la médiatrice du segment  $S_1S_2$ .

**Remarque :** Nous avons montré au paragraphe 2.2.4 que la distance séparant les deux sources secondaires est de l'ordre de quelques  $1/10^{\text{ème}}$  mm lorsque l'écran est placé normalement à la médiatrice de  $S_1S_2$ . Il en résulte que le point  $D$  de la figure 3.2 est rejeté "loin" à droite, suffisamment loin pour être sûr que l'écran sera placé entre les miroirs et ce point.

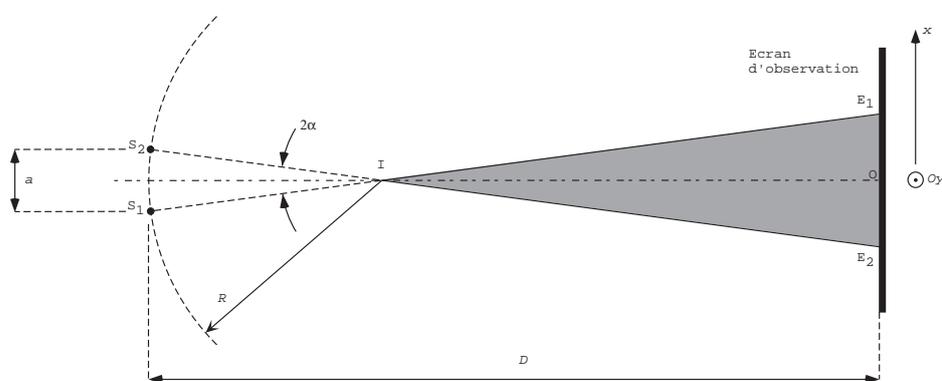


FIGURE 3.3 – Les miroirs de Fresnel éclairés par une source ponctuelle.

Nous noterons  $R$  la distance de  $S$  à l'axe  $\Delta$  commun aux deux miroirs et  $D$  la distance séparant l'écran des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  (figure 3.3). Si  $\alpha$  est l'angle entre les deux plans  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$ , une analyse rapide de la figure 3.2 permet de voir que l'angle sous lequel on voit les deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  depuis le point  $I$  est  $2\alpha$ . Il en résulte que la distance  $a$  séparant ces deux sources vaut :

$$a = 2R \sin \alpha \quad (3.1)$$

Ainsi, le système étudié est équivalent à un ensemble de deux sources  $S_1$  et  $S_2$  spatialement cohérentes avec un écran disposé parallèlement au segment  $S_1S_2$ . Tous les résultats établis au chapitre précédent sur un dispositif de ce type sont donc utilisables. En particulier :

- Au voisinage du centre de l'écran (point  $O$ ), les franges sont des droites parallèles à l'axe  $\Delta$  commun aux deux miroirs.

- Les interférences sont non localisées : la position de l'écran est donc quelconque à condition qu'il intercepte la zone de recouvrement des faisceaux provenant de  $S_1$  et de  $S_2$ .

### Interfrange et position de la frange centrale

Dans de l'air dont on assimile l'indice à 1, l'interfrange  $i$  vaut donc :

$$i = \lambda_0 \frac{D}{a} = \lambda_0 \frac{D}{2R \sin \alpha} \quad (3.2)$$

Ordre de grandeur : La distance  $D$  est de l'ordre de quelques décimètres. Elle dépasse rarement 1 à 2 m. La distance  $R$  de la source primaire à l'axe  $\Delta$  est de l'ordre de 0,1 m. Pour une expérience en lumière visible,  $\lambda_0$  est de l'ordre de  $0,5 \mu\text{m}$ . Si l'on veut pouvoir observer des franges à l'œil nu, il faut que  $i$  soit au moins égale à 1 mm. On en déduit une borne supérieure pour  $\sin \alpha$  (avec  $D = 1$  m) :

$$\sin \alpha < 2,5 \cdot 10^{-3} \quad (3.3)$$

Ainsi, l'angle  $\alpha$  entre les deux miroirs est toujours très petit afin que les franges restent facilement observables. On peut donc écrire :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{2R\alpha} \quad (3.4)$$

Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  sont deux images de la même source primaire  $S$  par des miroirs plans identiques. D'après ce qui a été montré au paragraphe 1.3.2, les chemins optiques  $L_{SS_1}$  et  $L_{SS_2}$  sont identiques, égaux à 0 ou à  $\lambda_0/2$  suivant la nature du miroir :

$$L_{SS_1} = L_{SS_2} \quad (3.5)$$

Il en résulte que la frange centrale correspond à l'ensemble des points pour lesquels la différence  $L_{S_1M} - L_{S_2M}$  est nulle. C'est donc l'axe  $Oy$  (figure 3.3). Le milieu de propagation étant non dispersif, c'est aussi la frange achromatique.

### Champ d'observation

Le champ d'observation est la zone de l'écran sur laquelle les faisceaux issus des sources secondaires se recouvrent. Sur la figure 3.3, il correspond à l'espace entre les points  $E_1$  et  $E_2$ . L'axe  $Oy$  appartient à cette zone si bien que la frange centrale est effectivement observable.

La largeur  $L$  du champ d'interférence est directement proportionnel à la distance  $d = D - R$  séparant cet écran de l'axe  $\Delta$ . L'angle  $\alpha$  entre les miroirs étant toujours petit, cette largeur vaut :

$$L = 2\alpha d = 2\alpha(D - R) \quad (3.6)$$

Juste au milieu du champ d'interférence se trouve la frange centrale qui est une frange brillante. Si le système est éclairé par une lumière totalement cohérente de longueur d'onde  $\lambda_0$ , le nombre  $N_b$  de franges brillantes visibles sur l'écran est donc :

$$N_b = 1 + 2 \operatorname{ent} \left( \frac{L}{2i} \right) = 1 + 2 \operatorname{ent} \left( \frac{2R\alpha^2(D - R)}{\lambda_0 D} \right) \quad (3.7)$$

Ordre de grandeur : Prenons  $D = 1$  m,  $R = 0,1$  m,  $\alpha = 2,5 \cdot 10^{-3}$  rad et  $\lambda_0 = 0,5$   $\mu\text{m}$ . La largeur du champ d'interférence est alors  $L = 4,5$  mm, l'interfrange  $i = 1$  mm et on peut observer 5 franges brillantes.

**Remarques :**

- Pour obtenir une valeur de  $i$  pas trop petite, il faut un angle  $\alpha$  très faible ce qui limite considérablement la largeur du champ d'interférence et, par voie de conséquence, le nombre de franges visibles.
- La distance  $D$  de l'écran aux sources n'a d'influence sur le nombre de franges visibles que si  $D$  n'est pas trop grand devant  $R$ . Dans le cas contraire,  $N_b$  atteint la valeur maximale  $1 + 2 \operatorname{ent} \left( \frac{2R\alpha^2}{\lambda_0} \right)$ . C'est cette valeur maximale qui est obtenue dans l'exemple numérique précédent avec  $D = 1$  m et  $R = 0,1$  m.
- Les bords du champ d'observation correspondent au maximum  $\Delta$  de la différence de marche. Celui-ci vaut donc :

$$\Delta = \frac{La}{2D} = \frac{2R\alpha^2(D - R)}{D} \quad (3.8)$$

C'est cette valeur qu'il faudra utiliser pour évaluer la cohérence temporelle de la source comme il est indiqué au paragraphe 2.3.4, page 56. Comme pour le nombre de franges visibles,  $\Delta$  ne dépend de  $D$  que si cette distance n'est pas trop grande devant  $R$ . Au maximum, elle vaut  $2R\alpha^2$  et la condition de cohérence temporelle s'écrit alors :  $\Delta\nu \ll \frac{c_0}{2R\alpha}$ .

### 3.1.3 Influence d'un manque de cohérence spatiale

La source primaire S n'étant jamais parfaitement ponctuelle, nous allons étudier l'influence de son étendue spatiale sur l'allure de la figure d'interférence. Pour simplifier, nous supposerons que cette étendue s'effectue dans un plan orthogonal à sa direction principale d'émission c'est à dire à SI. Typiquement, la source sera une ouverture rectangulaire découpée dans un écran opaque et éclairée par l'arrière (fente lumineuse). Comme indiqué dans l'introduction du chapitre, on la supposera toujours parfaitement monochromatique.

### Extension de la source parallèlement à l'axe $\Delta$

Reprenons le dispositif de la figure 3.2 et ajoutons une deuxième source ponctuelle  $S'$ , identique à  $S$  et disposée de manière à ce que le segment  $SS'$  soit parallèle à l'axe  $\Delta$  commun aux deux miroirs (il est donc perpendiculaire au plan de la figure). Les deux sources  $S$  et  $S'$  étant indépendantes sont incohérentes. En tout point de l'espace, les éclairissements dus à chaque source s'ajouteront donc sans terme d'interférence. En particulier, sur l'écran d'observation, on observera simplement la superposition des figures d'interférences dues à  $S$  et à  $S'$ .

Les sources  $S$  et  $S'$  étant identiques et disposées parallèlement à l'axe  $\Delta$ , ces deux figures d'interférence sont strictement identiques : ce sont des franges parallèles à l'axe  $\Delta$ , disposées autour de la même frange centrale  $Oy$  avec la même interfrange  $i$ . Leur superposition ne changera donc rien d'autre sur l'écran que l'éclairissement moyen de la figure, qui aura doublé. Toute la "structure" de la figure (position des franges, visibilité, etc ...) restera sans changement.

On peut bien entendu répéter ce raisonnement en ajoutant autant de sources ponctuelles que l'on veut, pourvu qu'elle soient toutes identiques à  $S$  et disposées sur un axe parallèle à  $\Delta$  passant par  $S$ . On ne change donc rien d'autre que l'éclairissement moyen de la figure, en remplaçant la source ponctuelle par une fente infiniment fine parallèle à l'axe  $\Delta$ .

*L'extension de la source primaire parallèlement à l'axe  $\Delta$  commun aux deux miroirs n'a aucune influence sur la structure de la figure d'interférence. Elle permet d'améliorer les conditions d'observation expérimentale en augmentant l'éclairissement moyen de l'écran.*

On remplacera donc avantageusement une source ponctuelle par une fente lumineuse très fine et parallèle à l'axe  $\Delta$ .

### Extension de la source normalement à l'axe $\Delta$

Reprenons de nouveau le dispositif de la figure 3.2 en utilisant une source étendue dans une direction orthogonale à  $\Delta$  et de largeur  $l \ll R$  (figure 3.4). Cette source primaire centrée sur le point  $S$  engendre deux sources secondaires centrées sur les points  $S_1$  et  $S_2$ .

Isolons une portion de largeur infinitésimale  $dl$  autour d'un point  $A$  à l'intérieur de la source primaire. Cette portion se comporte comme une source ponctuelle dont les images  $A_1$  et  $A_2$  forment deux sources cohérentes (figure 3.4). Pour caractériser la figure d'interférence engendrée par ces images, il faut noter que :

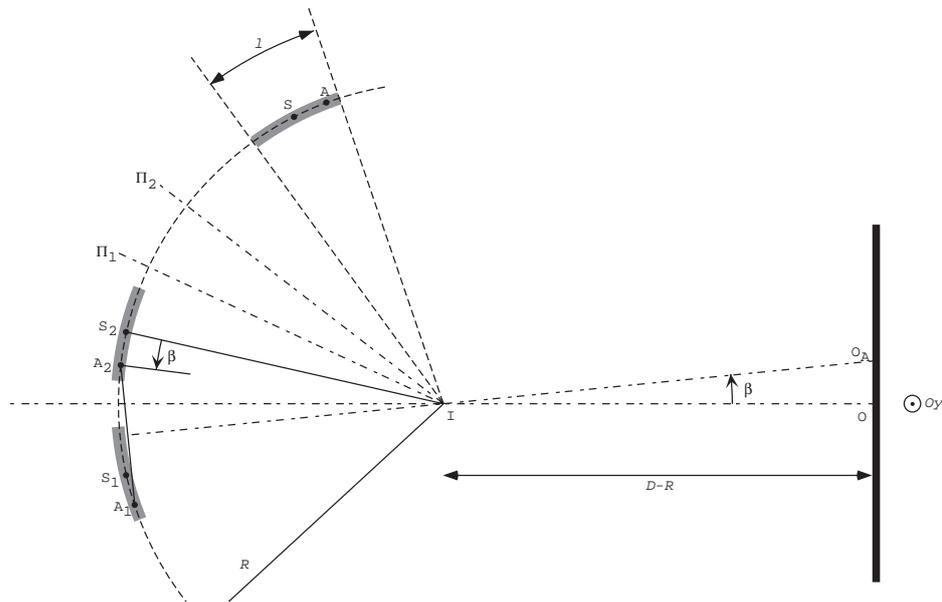


FIGURE 3.4 – Les miroirs de Fresnel éclairés par une source étendue.

- Puisque  $l \ll R$ , l'angle  $\beta$  reste toujours très petit.
- La médiatrice du segment  $A_1A_2$  intercepte l'écran d'observation en  $O_A$ . La frange centrale correspondant à ces deux sources est donc  $O_A y$ . Elle est décalée de  $x(O_A) = \beta(D - R)$  par rapport à la frange centrale correspondant aux sources  $S_1$  et  $S_2$ .
- La distance séparant les points  $A_1$  et  $A_2$  est la même que la distance séparant les points  $S_1$  et  $S_2$  :  $a = 2R\alpha$ .
- L'écran d'observation n'est pas parallèle à  $A_1A_2$ . Sa normale fait le petit angle  $\beta$  avec  $IO_A$ . D'après ce qui a été montré page 43, cela n'a aucune influence sur l'interfrange :  $i = \lambda_0 D / (2R\alpha)$ .

Finalement, le système de franges correspondant aux sources  $A_1A_2$  est simplement translaté en bloc de  $\beta(D - R)$  par rapport à celui engendré par  $S_1S_2$ . Ainsi, l'éclairement élémentaire engendré sur l'écran par les sources cohérentes  $A_1$  et  $A_2$  s'écrit :

$$dE = dE_0 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x - x(O_A)}{i} \right) \right] \quad (3.9)$$

avec :

$$x(O_A) = \beta(D - R) \text{ et } dE_0 = K dl \quad (3.10)$$

Les différents points composant la source primaire étant incohérents entre eux, l'éclairement total sera la somme des éclairements élémentaires. En remarquant que  $dl = R d\beta$ , on écrit donc :

$$E(M) = KR \int_{\beta=-l/2R}^{l/2R} \left[ 1 + \cos \left( 4\pi R\alpha \frac{x - \beta(D - R)}{\lambda_0 D} \right) \right] d\beta \quad (3.11)$$

Tout calcul fait, on obtient :

$$\boxed{E(M) = Kl \left\{ 1 + \frac{\sin v}{v} \cos \left( 2\pi \frac{x}{i} \right) \right\} \text{ avec } v = \frac{2\pi\alpha l(D-R)}{\lambda_0 D}} \quad (3.12)$$

ce qui montre que la visibilité vaut :

$$\boxed{V = \left| \frac{\sin v}{v} \right|} \quad (3.13)$$

### Remarques :

- On retrouve les résultats correspondant à une source ponctuelle en faisant tendre  $l$  vers zéro.
- Lorsqu'on fait croître progressivement  $l$  à partir de zéro, la visibilité commence par décroître jusqu'à devenir une première fois nulle pour  $v = \pi$ . Ensuite, pour  $\pi < v < 2\pi$ , la visibilité redevient non nulle mais le coefficient  $\sin v/v$  est alors négatif. Les valeurs de  $x$  qui correspondaient à des franges brillantes correspondent maintenant à des franges sombres (et inversement) : les franges brillantes et sombres ont permutées. On dit qu'il y a inversion du contraste des franges.
- La source lumineuse pourra être considérée comme spatialement cohérente si la visibilité de la figure d'interférence qu'elle engendre est très proche de celle qu'elle serait pour une source ponctuelle. Pour cela, il faut  $v \ll \pi$  c'est à dire :  $l \ll \frac{\lambda_0 D}{2\alpha(D-R)}$  : C'est la condition pratique de cohérence spatiale de la source<sup>3</sup>.

---

3. Avec les valeurs numériques déjà utilisées précédemment pour  $D$ ,  $R$ ,  $\alpha$  et  $\lambda_0$ , on obtient  $\frac{\lambda_0 D}{2\alpha(D-R)} \approx 0,1 \text{ mm}$ . La condition est donc très sévère. C'est la raison pour laquelle on éclaire souvent les miroirs de Fresnel avec un LASER. On ne peut qu'avoir une pensée admirative pour les physiciens du début du XIXème siècle qui ne possédaient bien évidemment pas de LASER mais pas de sources électriques non plus!

– La visibilité de la frange d'ordre  $k$  est :

$$V = \left| \frac{\sin v}{v} \right| \quad \text{avec } v = \frac{2\pi\alpha l (D - R)}{\lambda_0 D} \quad (3.14)$$

Elle ne dépend pas de  $k$  mais elle dépend de la position de l'écran. Les franges ne sont donc plus délocalisées. Plus précisément, on peut remarquer que cette la visibilité est d'autant plus grande que  $D - R$  est petit. A la limite, pour une source d'étendue quelconque, les franges ne sont observables que si  $D - R = 0$ . On dit alors que la figure d'interférence est localisée<sup>4</sup> sur le plan  $xIy$ .

Cette dernière condition était prévisible sans calcul dès lors que l'on sait que les différentes figures d'interférence engendrées par les différents points composant la source sont décalées les unes par rapport aux autres de  $\beta(D - R)$ . Toutes ces figures sont exactement superposées si  $D = R$ .

*Par définition, une figure d'interférence est localisée sur une surface si la visibilité des franges d'interférences est maximale sur cette surface.*

On retiendra donc que :

*L'extension de la source primaire perpendiculairement à l'axe  $\Delta$  commun aux deux miroirs influence la visibilité de la figure d'interférence, d'autant plus que l'écran est éloigné de l'axe  $\Delta$ . Dans le cas d'une source d'étendue quelconque, les interférences sont localisées au voisinage de  $\Delta$ .*

### Observation à l'aide d'une lentille

Nous avons vu que l'utilisation d'une source étendue s'accompagne de la localisation des franges au voisinage du plan  $xIy$ . Il peut alors devenir difficile de placer un écran pour réaliser une observation directe. Nous allons montrer ici comment l'utilisation d'une lentille de projection permet de résoudre ce problème.

Supposons donc que les interférences que nous voulons observer se situent dans un plan  $\Pi$  (figure 3.5). Disposons sur l'axe du système une lentille de projection de façon à ce que ce plan  $\Pi$  et le plan  $\Pi'$  contenant l'écran

---

4. Malheureusement, dans le cas des miroirs de Fresnel, la zone voisine du plan  $xIy$  est aussi la zone où le champ d'interférence est le plus étroit, voire inexistant. Si la source est trop large, on ne peut plus observer de franges avec ce dispositif.

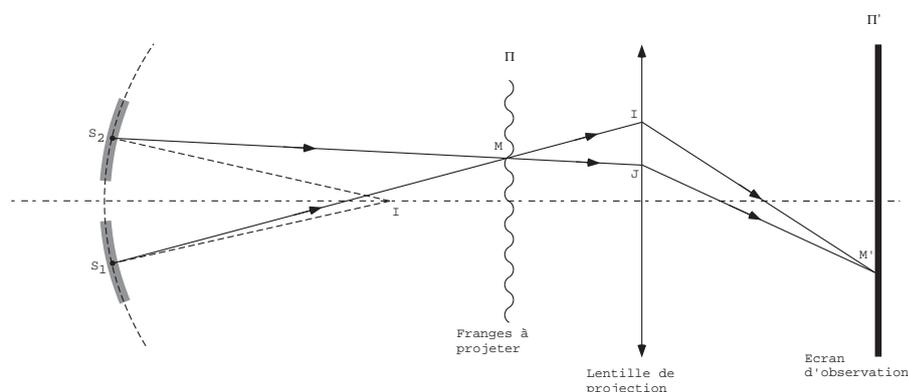


FIGURE 3.5 – Projection d'une figure d'interférence

d'observation soient conjugués. Alors l'image d'un point  $M$  du plan  $\Pi$  sera un point  $M'$  de l'écran d'observation.

Puisque le point  $M$  appartient au plan où se trouvent des franges d'interférences, c'est que s'y superposent des rayons semblant provenir des deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  avec une différence de marche  $\delta(M)$ . Après avoir traversé la lentille, ces deux rayons se superposeront de nouveau en  $M'$  avec une différence de marche  $\delta(M')$ . Or, nous savons (cf. chapitre 1, paragraphe 1.4.2) que le chemin optique séparant deux points conjugués comme  $M$  et  $M'$  est indépendant du rayon lumineux sur lequel on le calcule. Donc  $L_{MIM'} = L_{MJM'}$  et finalement  $\delta(M) = \delta(M')$ .

L'état d'interférence observable en  $M$  sera donc identique à celui observé en  $M'$ . On reproduira ainsi sur l'écran d'observation la figure d'interférence contenue dans le plan  $\Pi$ . Il faut tout de même noter que cette reproduction se fera avec un grandissement transversal  $\gamma_t$  qui dépendra de la lentille utilisée et de la position de l'écran. Par exemple, l'interfrange  $i'$  observée sur l'écran vaudra  $i' = \gamma_t i$  si  $i$  est l'interfrange que l'on observerait dans le plan  $\Pi$ .

Il convient de noter que l'utilisation d'une lentille divergente est possible. Dans ce cas, on visualisera un système de franges qui seraient localisées à droite de la lentille (franges virtuelles) alors qu'une lentille convergente permet de visualiser un système localisé à gauche de la lentille (franges réelles).

Notons, pour terminer, que tout ce qui vient d'être dit à propos de la projection d'une figure d'interférence sur un écran est indépendant de l'interféromètre utilisé et pourra donc être utilisé pour d'autres systèmes que les miroirs de Fresnel.

## 3.2 Le miroir de Llyod

### 3.2.1 Description

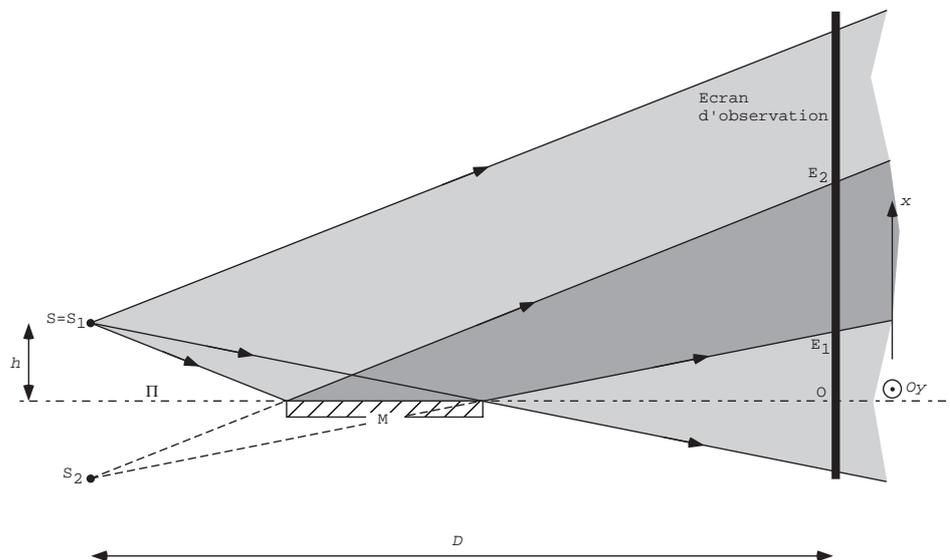


FIGURE 3.6 – Le miroir de Llyod : schématisation

Ce dispositif est constitué d'un simple miroir plan  $M$ . La figure 3.6 représentant le système est réalisée dans le plan orthogonal à ce miroir et passant par la source primaire de lumière  $S$ . Notre étude se fera dans le cas d'une propagation dans l'air, supposé homogène, non dispersif et d'indice égal à 1.

L'image  $S_2$  de la source primaire  $S$  dans le miroir constitue l'une des deux sources secondaires. L'autre est réalisée par la source  $S$  elle-même. Les interférences sont donc observables dans la zone où les faisceaux réfléchis et directs se superposent. Cette zone est représentée par la partie la plus ombrée de la figure 3.6.

### 3.2.2 Figure d'interférence en lumière spatialement cohérente

Nous étudions dans cette partie la figure d'interférence engendrée par un miroir de Lyod éclairé par une source ponctuelle  $S$ . Ces interférences seront observées sur un écran disposé normalement au plan du miroir  $M$ . Nous noterons  $D$  la distance séparant l'écran des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ . La figure 3.6 montre que la distance  $a$  séparant les deux sources secondaires est  $a = 2h$  si  $h$  repère la distance de la source  $S$  au plan du miroir  $M$ . Comme pour les miroirs de Fresnel, le système est donc équivalent à un ensemble de deux sources  $S_1$  et  $S_2$  spatialement cohérentes avec un écran

disposé parallèlement au segment  $S_1S_2$ . Pour les mêmes raisons, si les franges sont observées pas trop loin du point  $O$  de l'écran, ce seront des droites parallèles au plan du miroir  $M$ . Les interférences sont non localisées (source ponctuelle) et l'interfrange  $i$  vaut :

$$i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0 D}{2h} \quad (3.15)$$

Pour les mêmes raisons que dans le cas des miroirs de Fresnel, l'observation aisée de la figure d'interférence nécessite que  $h$  soit petit devant  $D$ . Plus exactement, si l'on souhaite observer une interfrange de l'ordre de 1 mm avec de la lumière visible, il faut que  $D/h$  soit de l'ordre de 4 000.

La figure 3.6 montre qu'il n'est pas possible d'observer la frange pour laquelle  $LS_1M = LS_2M$  avec ce dispositif puisque celle-ci devrait se situer au niveau du point  $O$ . Néanmoins, en mesurant l'interfrange  $i$  et en repérant la position des franges sombres et brillantes, on peut savoir si la frange située en  $O$  serait sombre ou brillante. Suivant la nature du miroir utilisé, celle-ci est sombre ou brillante.

La frange passant par le point  $O$  correspondant à une différence de marche nulle, le cas frange sombre<sup>5</sup> indique que la réflexion sur le miroir s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$ . Dans le cas contraire, la réflexion se fait sans déphasage. La frange passant par  $O$  est alors la frange centrale. Ces résultats trouvent leur justification dans le cours d'électromagnétisme.

### 3.2.3 Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source primaire

#### Extension de la source parallèlement au miroir

Le raisonnement est identique à celui mené au paragraphe 3.1.3. Les franges d'interférence étant rectilignes et parallèles au plan du miroir, l'extension de la source dans la même direction que les franges ne change rien à la structure de la figure observée. Elle permet d'augmenter la luminosité moyenne de l'écran.

#### Extension de la source normalement au miroir

Reprenons de nouveau le dispositif de la figure 3.6 en utilisant une source étendue dans une direction orthogonale au miroir et de largeur  $l \ll D$  (figure 3.7). Cette source primaire centrée sur le point  $S = S_1$  engendre une source secondaire centrée sur le point  $S_2$ .

Isolons une portion de largeur infinitésimale  $db$  autour d'un point  $A = A_1$  à l'intérieur de la source primaire. Cette portion se comporte comme une

---

5. Dans le cas des miroirs de Fresnel, les deux ondes interférant ayant subi une réflexion, la frange passant par  $O$  est toujours brillante quelle que soit la nature des miroirs utilisés du moment que ceux-ci sont identiques.



Tout calcul fait, on obtient :

$$E(M) = Kl \left\{ 1 + \frac{\sin v}{v} \cos \left( 2\pi \frac{ax}{\lambda_0 D} \right) \right\} \text{ avec } v = \frac{2\pi lx}{\lambda_0 D} \quad (3.18)$$

ce qui montre que la visibilité vaut :

$$V = \left| \frac{\sin v}{v} \right| \quad (3.19)$$

**Remarques :**

- On retrouve les résultats correspondant à une source ponctuelle en faisant tendre  $l$  vers zéro.
- Lorsqu'on fait croître progressivement  $l$  à partir de zéro, la visibilité commence par décroître jusqu'à devenir une première fois nulle pour  $v = \pi$ . Ensuite, pour  $\pi < v < 2\pi$ , la visibilité redevient non nulle mais le coefficient  $\sin v/v$  est alors négatif. Les valeurs de  $x$  qui correspondaient à des franges brillantes correspondent maintenant à des franges sombres (et inversement) : Les franges brillantes et sombres ont permutées. On dit qu'il y a inversion du contraste des franges.
- La source lumineuse pourra être considérée comme spatialement cohérente si la visibilité de la figure d'interférence qu'elle engendre est très proche de celle qu'elle serait pour une source ponctuelle. Pour cela, il faut  $v \ll \pi$  c'est à dire :  $l \ll \frac{\lambda_0 D}{2x}$ . Si  $x_{\max}$  représente la valeur maximale de  $|x|$ , la condition pratique de cohérence spatiale s'écrit :  $l \ll \frac{\lambda_0 D}{2x_{\max}}$ , ou encore en notant  $k_{\max}$  la valeur maximale de l'ordre d'interférence :  $l \ll \frac{h}{k_{\max}}$ .
- La visibilité de la frange d'ordre  $k$  est :

$$V = \left| \frac{\sin v}{v} \right| \text{ avec } v = \frac{\pi lk}{h} \quad (3.20)$$

Elle dépend de  $k$  mais ne dépend pas de la position de l'écran. Les franges restent donc délocalisées malgré le manque de cohérence spatiale de la source.

On retiendra donc que :

*L'extension de la source primaire perpendiculairement au miroir dégrade la visibilité des franges, d'autant plus que l'ordre d'interférence est élevé. La figure d'interférence reste non localisée.*

### 3.3 L'interféromètre de Michelson



FIGURE 3.8 – Interféromètres de Michelson (Ulice Mich-2 à gauche, DMS Didalab au milieu, Sopra à droite)

#### 3.3.1 Présentation de l'appareil

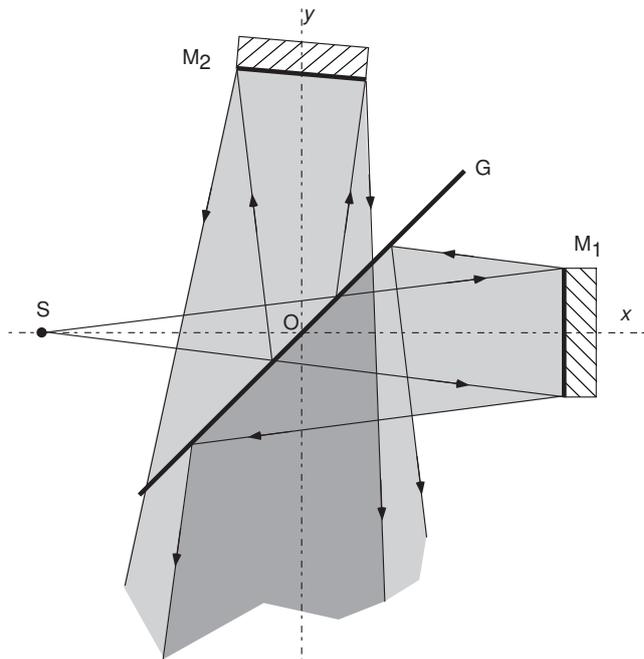


FIGURE 3.9 – Interféromètre de Michelson : Principe de fonctionnement

L'interféromètre de Michelson est principalement constitué des éléments suivants (figure 3.9) :

- Une lame plane semi-réfléchissante G
- Deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$ .

L'interféromètre est construit autour de deux axes  $Ox$  et  $Oy$  orthogonaux. La lame G est disposée parallèlement à la bissectrice de ces deux axes, dans un plan orthogonal à  $Oxy$ . Le miroir  $M_1$  peut se translater<sup>6</sup> le long de  $Ox$ . Les miroirs peuvent être orientés de manière à ne pas être exactement orthogonaux à leur axe respectif. Ainsi, sur la figure 3.9, la normale au miroir  $M_2$  fait un petit angle avec l'axe  $Oy$  alors que le miroir  $M_1$  est exactement orthogonal à  $Ox$ .

La source S est disposée de manière à éclairer, par l'intermédiaire de la lame G, les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ . Le rôle de la lame semi-réfléchissante est, dans un premier temps, de répartir également l'intensité de la lumière en provenance de S vers les deux miroirs. Après réflexion, les deux faisceaux lumineux rencontrent de nouveau G. Une proportion égale la traverse et s'y réfléchit de sorte que l'on obtient la superposition de la même proportion de ces deux faisceaux dans la partie la plus ombrée de la figure 3.9. C'est donc dans cette zone que des interférences peuvent éventuellement être observées.

### 3.3.2 Figures d'interférence en lumière spatialement cohérente

Nous étudions dans cette partie certaines figures d'interférence engendrées par un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle S. Plus précisément, nous étudierons le cas où les deux miroirs sont normaux à leurs axes (interféromètre en lame d'air) et le cas où les centres des deux miroirs sont à égale distance du point O (interféromètre en coin d'air). Dans tous les cas, nous supposons que le milieu de propagation est de l'air dont nous assimilerons l'indice à 1.

#### Interféromètre en lame d'air

Dans cette configuration,  $M_1$  est normal à  $Ox$  et  $M_2$  à  $Oy$ . Nous noterons  $d_1$  et  $d_2$  les distances de  $M_1$  et  $M_2$  au point O. Suivons les deux rayons issus de S qui, après réflexion sur chaque miroir, viendront converger en un point E de l'espace :

- 1er rayon SBCE : Après avoir traversé la lame G, ce rayon se réfléchit en B sur le miroir  $M_1$ . La partie BC semble alors provenir du point  $S'_1$ , image de S par  $M_1$ . Le rayon se réfléchit ensuite en C sur la lame G. La partie CE semble alors provenir de  $S_1$ , image de  $S'_1$  par G.

---

6. Sur certains interféromètres,  $M_2$  peut aussi être translaté le long de  $Oy$

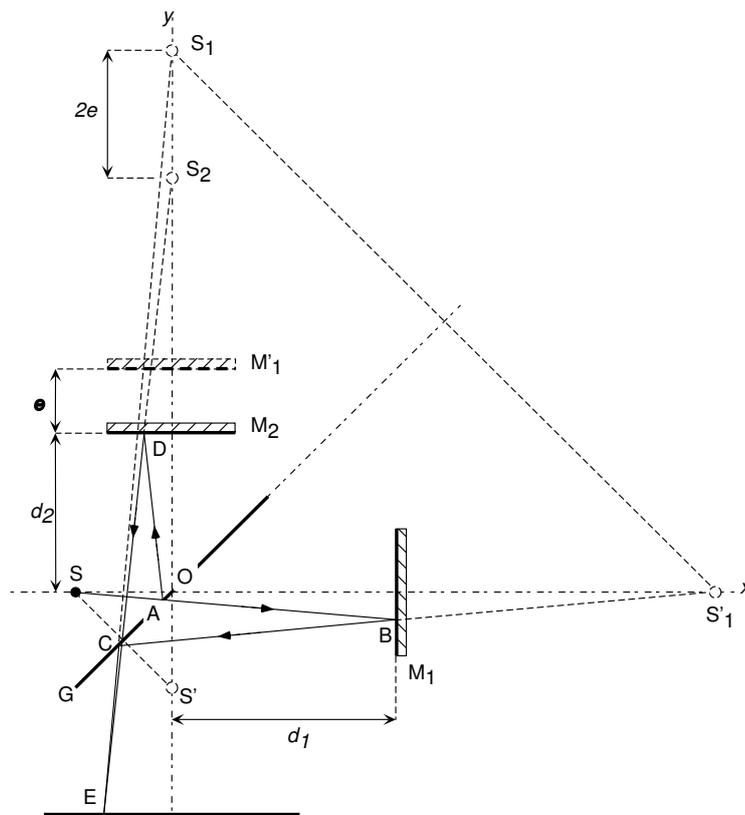


FIGURE 3.10 – Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air : schématisation

- 2ème rayon SADE : Ce rayon se réfléchit sur la lame G en A. La partie AD semble alors provenir du point  $S'$ , image de S par G. Le rayon se réfléchit ensuite en D sur  $M_1$ . La partie DE semble alors provenir du point  $S_2$ , image de  $S'$  par  $M_2$ .

Finalement, tout se passe comme si une source primaire unique  $S'$  (image de S par G) engendrait deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  vibrant en phase ( $\Delta\varphi = 0$ ) obtenues par réflexion de  $S'$  sur un miroir imaginaire  $M'_1$  (image de  $M_1$  par G) et sur le miroir  $M_2$  (figure 3.11). Si les deux miroirs  $M'_1$  et  $M_2$  sont distants de  $e = |d_1 - d_2|$ , les deux sources secondaires sont séparées de  $a = 2e$ . Si on place un écran d'observation normalement à l'axe  $Oy$  à la distance  $D$  des sources, on se trouve dans le cas d'un écran placé orthogonalement à deux sources  $S_1$  et  $S_2$  cohérentes. Les résultats établis au chapitre précédent sur un dispositif de ce type sont donc utilisables. En particulier :

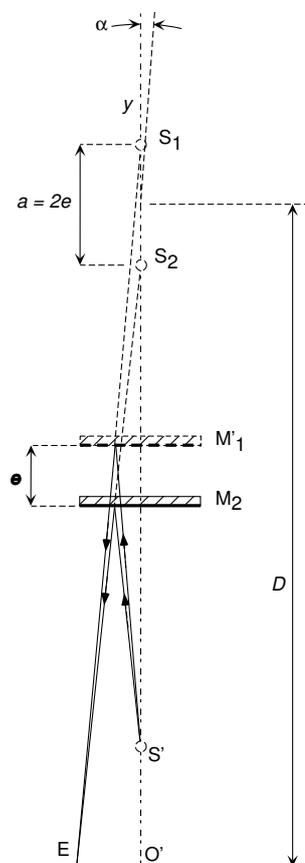


FIGURE 3.11 – Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air : système équivalent

*Au voisinage du centre  $O'$  de l'écran, les franges sont des anneaux centrés sur  $O'$  (figure 3.12). Les interférences sont non localisées : la position de l'écran est quelconque à condition qu'il intercepte la zone de recouvrement des faisceaux semblant provenir de  $S_1$  et  $S_2$ .*

Si l'écran est placé à grande distance des sources secondaires ( $D \gg a$ ), la différence de marche vaut :

$$\delta = L_{SS_1} - L_{SS_2} + 2e \cos \alpha \quad (3.21)$$

Cette expression se simplifie en remarquant que (voir paragraphe 1.3.2) :

- $S'$  étant l'image de  $S$  par le miroir plan constitué par la lame  $G$ ,  
 $L_{SS'} = 0$

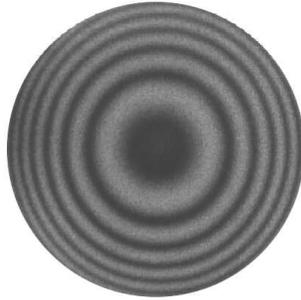


FIGURE 3.12 – Anneaux de la lame d'air

- $S_1$  étant l'image de  $S'$  par le miroir plan  $M_1$  et  $S_2$  par le miroir plan  $S_2$ , on a également  $L_{S'S_1} = L_{S'S_2} = 0$ .

Finalement,  $L_{SS_1} = L_{SS_2} = 0$  et :

$$\delta = 2e \cos \alpha \quad (3.22)$$

L'interféromètre de Michelson permet facilement de translater les miroirs parallèlement à leur axe. Cherchons quelle est l'influence d'une telle translation sur la figure d'interférence. Pour cela, on peut commencer par remarquer que cette translation correspond à la variation de la distance  $e$  entre les miroirs  $M'_1$  et  $M_2$ . Interressons-nous à l'anneau d'ordre  $k = 2e \cos \alpha / \lambda_0$ . Si on augmente la valeur de  $e$ , l'anneau d'ordre  $k$  sera caractérisé par une diminution de  $\cos(\alpha)$ , donc une augmentation de  $\alpha$ , c'est-à-dire une augmentation du rayon de l'anneau<sup>7</sup>. Autrement dit :

*Lorsque la distance  $e$  séparant les miroirs augmente, le rayon des anneaux augmente : Ceux-ci semblent donc grossir en "sortant" du centre  $O'$  de l'écran. Bien entendu, l'effet inverse est observé si  $e$  diminue.*

### Interféromètre en coin d'air

Dans cette configuration, les distances  $d_1$  et  $d_2$  du centre des deux miroirs au point  $O$  sont identiques. Par contre, les miroirs ne sont plus orthogonaux à leurs axes. Pour simplifier, nous supposons dans un premier temps que chaque miroir fait le même angle  $\alpha/2$  avec sa normale.

Dans ces conditions, un raisonnement identique à celui mené page 79 permet d'affirmer que ce système est équivalent à celui représenté sur la figure

<sup>7</sup>. Ce résultat sera particulièrement utile pour régler l'interféromètre de Michelson selon la procédure décrite au chapitre 4

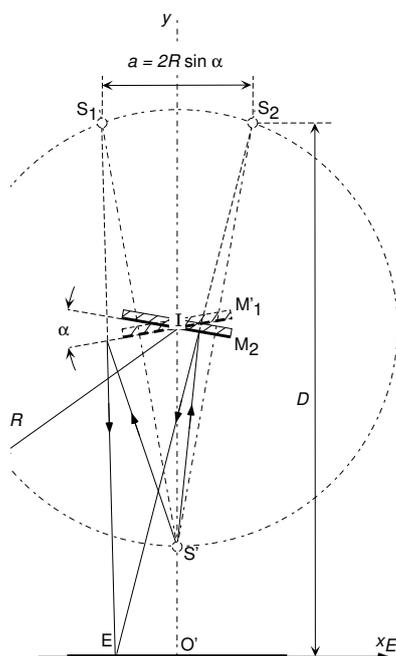


FIGURE 3.13 – Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air : système équivalent

3.13. La source unique  $S'$  engendre deux sources secondaires synchronisées ( $\Delta\varphi = 0$ ) aux points  $S_1$  et  $S_2$  disposées symétriquement de part et d'autre de l'axe  $Oy$ . On reconnaît le même dispositif que les miroirs de Fresnel. Les résultats établis au paragraphe 3.1 sont donc totalement utilisables. En particulier :

*Au voisinage du centre  $O'$  de l'écran, les franges sont des droites parallèles à l'axe  $\Delta$  commun à  $M_1$  et  $M_2$  (figure 3.14). La frange centrale passe par  $O'$ . Les interférences sont non localisées : la position de l'écran est donc quelconque à condition qu'il intercepte la zone de recouvrement des faisceaux.*

En nommant  $x_E$  l'abscisse du point E sur l'écran d'observation, la différence de marche en E sera, si l'écran est placé à grande distance des sources ( $D \gg a$ ) :

$$\delta = \frac{ax_E}{D} = \frac{2R \sin \alpha}{D} x_E \quad (3.23)$$

La figure d'interférence sera donc caractérisée par une interfrange :

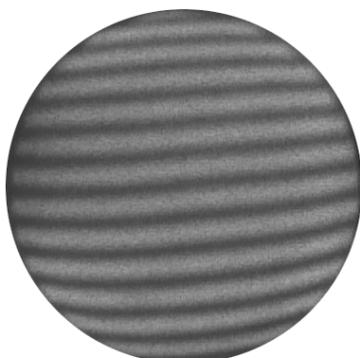


FIGURE 3.14 – Franges rectilignes du coin d'air

$$i = \lambda \frac{D}{2R \sin \alpha} \quad (3.24)$$

Et, comme l'angle  $\alpha$  est toujours petit :

$$i = \lambda \frac{D}{2R\alpha} \quad (3.25)$$

La frange centrale est toujours positionnée en  $x_E = 0$ .

Supposons maintenant que l'angle entre la normale à un miroir et l'axe correspondant soit différent pour chaque miroir. Soit  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  ces deux angles. Le schéma fonctionnel de l'appareil correspond alors à celui de la figure 3.15.

Tout se passe alors comme si le couple de sources secondaires avait pivoté autour de I d'un angle (orienté)  $\alpha_2 - \alpha_1$ , l'angle (non orienté) entre  $M'_1$  et  $M_2$  valant maintenant  $|\alpha_1 + \alpha_2|$ . Cette situation est identique à celle déjà étudiée pour les miroirs de Fresnel (cf. paragraphe 3.1.3). Tant que les angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont petits (ce qui est toujours le cas), on sait que cela se traduit par une simple translation de la figure d'interférence d'une distance  $h \approx (\alpha_2 - \alpha_1)(D - R)$ , la distance  $a$  entre les deux sources secondaires devenant  $a \approx |\alpha_1 + \alpha_2| R$ .

### 3.3.3 Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source

Comme pour les interféromètres précédents, nous allons étudier l'influence d'un manque de cohérence spatiale de la source, c'est à dire l'influence de son étendue non nulle, en nous intéressant d'abord au cas d'une source composée de points lumineux indépendants. Nous généraliserons ensuite le résultat de cette étude au cas d'une source d'étendue quelconque.

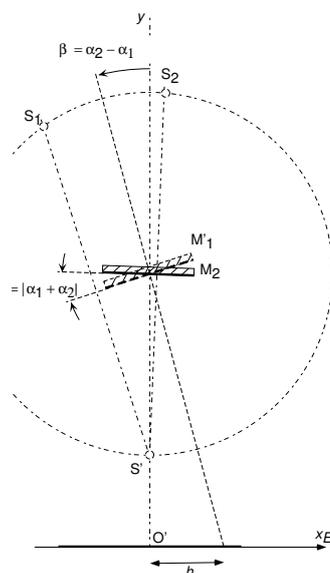


FIGURE 3.15 – Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air : système équivalent

### Interféromètre en lame d'air

Reprenons le dispositif de la figure 3.11 en utilisant deux sources ponctuelles identiques  $S_a$  et  $S_b$ . Soient  $S'_a$  et  $S'_b$  les images de ces deux sources par la lame  $G$ . Supposons les deux sources ponctuelles disposées de manière à ce que le segment  $S'_a S'_b$  soit parallèle à l'axe  $Ox$ . Soit  $b$  la longueur de ce segment. En raisonnant de la même manière qu'au § 3.3.2, ce système est équivalent à celui représenté sur la figure 3.16.

#### Analyse qualitative :

Sur l'écran d'observation, chaque source engendre un système d'anneaux respectivement centré sur  $O'_a$  et sur  $O'_b$  et donc décalés de  $b$ . Pour que ces deux systèmes d'anneaux ne se brouillent pas, il faut que  $b$  reste petit devant la distance séparant un anneau brillant de l'anneau sombre immédiatement voisin (figure 3.17 : sur cette figure, les anneaux engendrés par la source  $S_a$  sont représentés en traits pleins et en traits pointillés pour la source  $S_b$ ).

Comme les anneaux se resserrent au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre, il est évident que cette condition de non brouillage est plus difficile à respecter pour des anneaux périphériques que pour des anneaux centraux. Ainsi, sur la figure 3.17, les deux premiers anneaux brillants (comptés à partir du centre) sont pratiquement confondus pour chaque source alors que les cinquièmes sont décalés d'une demi-interfrange : pour ceux-là, un anneau

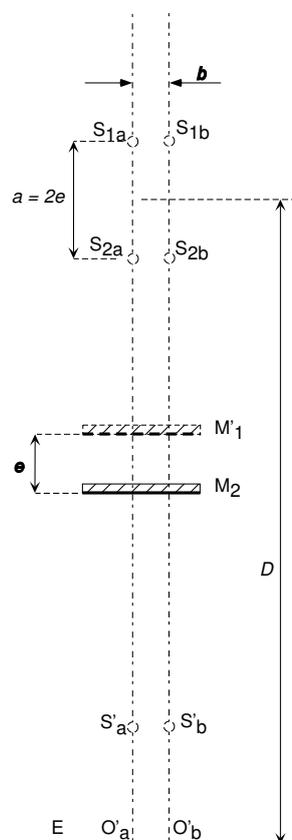


FIGURE 3.16 – Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par deux sources ponctuelles

brillant d'une source correspond à un anneau sombre de l'autre source ; il y a brouillage local qui correspond à un minimum de visibilité.

Les dimensions de la figure d'interférence étant d'autant plus grandes que l'écran est éloigné de l'interféromètre, la condition de non brouillage est d'autant plus facile à respecter que la distance  $D$  est grande. A la limite, pour un écran placé à une distance infinie, la visibilité est la même quelle que soit la dimension de la source éclairant l'interféromètre : les franges sont localisées à l'infini.

**Analyse quantitative :** D'après l'étude faite au chapitre précédent, le rayon  $r_{b,k}$  de l'anneau brillant d'ordre d'interférence  $k$  est :

$$r_{b,k} = D\sqrt{2}\sqrt{1 - k\frac{\lambda_0}{a}} \quad (3.26)$$

et celui de l'anneau sombre immédiatement voisin :

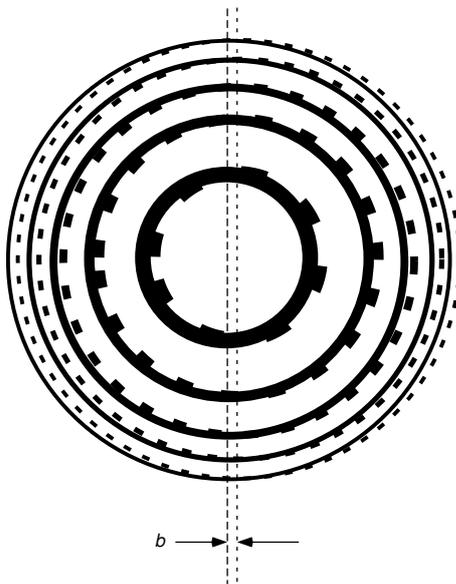


FIGURE 3.17 – Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par deux sources ponctuelles

$$r_{s,k} = D\sqrt{2}\sqrt{1 - \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{a}} \quad (3.27)$$

Si on se limite à des anneaux suffisamment éloignés du centre (anneaux périphériques), la distance  $d$  entre un anneau brillant et l'anneau sombre immédiatement voisin s'écrit :

$$d = r_{b,k} - r_{s,k} = \frac{r_{b,k}^2 - r_{s,k}^2}{r_{b,k} + r_{s,k}} \approx \frac{r_{b,k}^2 - r_{s,k}^2}{2r_{b,k}} = \frac{D\lambda_0}{2a\sqrt{2}\sqrt{1 - k\frac{\lambda_0}{a}}} \quad (3.28)$$

La condition de non brouillage des anneaux s'écrit donc :

$$b \ll \frac{D\lambda_0}{2a\sqrt{2}\sqrt{1 - k\frac{\lambda_0}{a}}} \quad (3.29)$$

Comme prévu, cette condition est d'autant plus facile à respecter que  $k$  est grand, c'est-à-dire que les anneaux considérés sont proches du centre.

Supposons maintenant que la source primaire soit étendue et qu'elle corresponde à un disque de diamètre  $\phi = 2b$  centré sur le point S. L'étalement de chaque anneau sera  $\phi = 2b$ . En admettant que les anneaux ne se brouillent

pas si cet étalement  $\phi$  reste plus petit que la distance séparant un anneau brillant de l'anneau sombre immédiatement voisin, la condition de cohérence spatiale pour le Michelson réglé en lame d'air s'écrit :

$$\phi < \frac{D\lambda_0}{2a\sqrt{2}\sqrt{1 - k\frac{\lambda_0}{a}}} \quad (3.30)$$

Précisons quelques ordres de grandeur : supposons que l'on dispose d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air pour lequel l'écran est placé à  $D = 1$  m des sources secondaires. On règle les miroirs de manière à avoir  $a = 0,5$  mm et on utilise une source de lumière monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500$  nm et de diamètre  $\phi = 1$  cm. Dans ces conditions, la règle précédente permet d'affirmer que l'on pourra observer des anneaux dont l'ordre d'interférence sera supérieur à :

$$k_{\min} = \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \left[ 1 - 8 \left( \frac{D\lambda_0}{a\phi} \right)^2 \right] \right) + 1 = 921 \quad (3.31)$$

Connaissant le lien entre l'ordre d'interférence  $k$  et le numéro  $q$  de l'anneau brillant correspondant (voir chapitre 2, §2.2.5) :

$$q = 1 + \text{ent} \left( \frac{a}{\lambda_0} \right) - k \quad (3.32)$$

on en déduit que l'on peut observer  $q = 80$  anneaux brillants.

Pour terminer, il est important de noter que, comme prévu dans l'analyse qualitative, la condition de non brouillage est d'autant plus facile à respecter que la distance  $D$  de l'écran aux sources secondaires est grande. A la limite, les anneaux sont toujours observables si l'écran est rejeté à l'infini.

*Lorsque la source est étendue, les anneaux d'interférence de la lame d'air sont localisés à l'infini.*

**Observation des anneaux à l'infini :** Placer l'écran d'observation très loin des sources présente deux inconvénients majeurs : l'encombrement du montage devient très important et la luminosité de la figure observée très faible. On peut contourner ces deux difficultés en utilisant une lentille convergente comme sur la figure 3.18. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image de la lentille. Les rayons lumineux se superposant en un point E de l'écran sont ceux qui étaient parallèles avant la traversée de la lentille. Sans celle-ci, ils se seraient superposés à l'infini.

Pour déterminer précisément la figure observée sur l'écran, il faut déterminer la différence de marche  $\delta(E)$  entre deux rayons se superposant en E

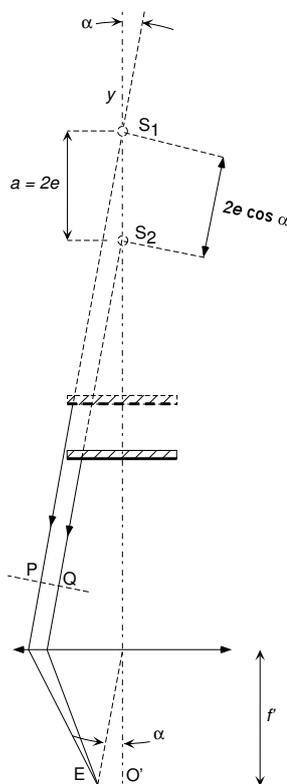


FIGURE 3.18 – Observation des anneaux à l'infini

et provenant de  $S_1$  et de  $S_2$ . Pour cela, considérons deux points tels que  $P$  et  $Q$  disposés sur un même plan orthogonal à ces deux rayons (figure 3.18). D'après le théorème de Malus (cf. chapitre 1, §1.4.2), les points  $P$  et  $Q$  appartiennent à un même plan d'onde pour une source fictive placée en  $E$ . On en déduit que les chemins optiques  $LP_E$  et  $LQ_E$  sont identiques. On peut donc écrire :

$$\delta(E) = L_{S_1 E} - L_{S_2 E} = L_{S_1 P} - L_{S_2 Q} \quad (3.33)$$

L'examen de la figure 3.18 montre, en plaçant le point  $Q$  au niveau de  $S_2$ , que cette différence vaut  $\delta(E) = 2e \cos \alpha$ . Cette expression, qui ne fait pas intervenir la distance focale  $f'$  de la lentille, est identique à celle déjà obtenue dans l'étude générale menée au chapitre précédent dans le cas où l'écran est placé loin des sources. En reprenant le calcul du rayon des anneaux, on obtient pour les anneaux brillants :

$$r_b = f' \sqrt{2} \sqrt{1 - p \frac{\lambda_0}{2e}} \quad p \in N \quad (3.34)$$

et pour les anneaux sombres :

$$r_s = f' \sqrt{2} \sqrt{1 - \left(p + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_0}{2e}} \quad p \in N \quad (3.35)$$

### Interféromètre en coin d'air

Reprenons les schémas fonctionnels de l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air (figure 3.13 et 3.15). Nous avons déjà indiqué que ces schémas sont identiques à ceux correspondants aux miroirs de Fresnel. L'étude de l'influence de l'étendue spatiale de la source primaire est donc la même et on peut en reprendre les conclusions :

- L'extension de la source primaire parallèlement à l'axe  $\Delta$  commun à  $M_1$  et  $M_2$  n'a aucune influence sur la structure de la figure d'interférence. Elle permet d'améliorer les conditions d'observation expérimentale en augmentant l'éclairement moyen de l'écran.
- Lorsque la source est étendue dans une direction orthogonale à  $\Delta$ , les franges d'interférence sont localisées au voisinage de  $\Delta$ , c'est-à-dire sur les miroirs.

On retiendra donc que :

*Lorsque la source est étendue, les franges d'interférence du coin d'air sont localisées sur les miroirs.*

La figure 3.19 montre que le champ d'interférence au voisinage des miroirs n'est pas aussi restreint que celui des miroirs de Fresnel. On peut observer des franges sur la totalité de leur surface. Bien entendu, cette observation nécessitera l'emploi d'une lentille de projection comme sur le schéma de la figure 3.5.

### 3.4 S'il ne fallait retenir que cela

- La dégradation de la cohérence spatiale de la source lumineuse diminue la visibilité de la figure d'interférence. Dans certains cas, mais pas toujours, la visibilité est maximale sur une surface particulière de l'espace : on dit alors que les franges sont localisées sur cette surface.
- L'étude des interféromètres en général et de l'interféromètre de Michelson en particulier est considérablement simplifiée en se ramenant à un schéma équivalent où sont positionnées les sources secondaires.

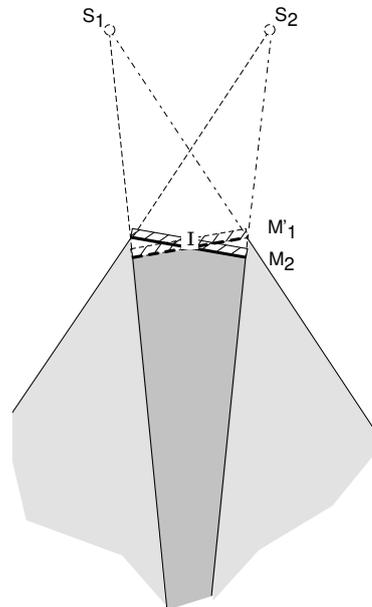


FIGURE 3.19 – Champ d'interférence du coin d'air

- L'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air génère une figure d'interférence en forme d'anneaux. Si la source lumineuse utilisée est étendue, ces anneaux sont localisés à l'infini.
- L'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air génère une figure d'interférence en forme de franges rectilignes. Si la source lumineuse utilisée est étendue, ces franges sont localisées sur les miroirs.

## 3.5 Exercices

### Exercice 1

On considère un interféromètre de Michelson tel que celui représenté sur la figure 3.9. Une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  est placée en S sur l'axe  $Ox$ . On pose  $SO = d$ .

1. Comment peut-on obtenir simplement une telle source à partir d'un laser et de lentille(s) ?
2. On part de l'interféromètre réglé<sup>8</sup>. Les deux miroirs sont à la distance  $d = 10,0$  cm du point O. On déplace alors  $M_1$  d'une distance  $e$  dans le sens des  $x$  croissants.
  - (a) Faire une figure soignée et montrer qu'on observe alors des franges d'interférence en précisant la position des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ . Comment procéder pour voir ces franges ?
  - (b) Quelle est leur forme géométrique ?
  - (c) On place l'écran perpendiculairement à l'axe  $Oy$ , à une distance  $D = 10$  cm du point O. Calculer les dimensions sur l'écran des trois premières franges sombres pour  $e = 0,5$  mm et  $\lambda = 632,8$  nm.
3. On part de nouveau de l'interféromètre réglé et on fait tourner  $M_1$  d'un petit angle  $\alpha$ .
  - (a) Faire une figure soignée et montrer qu'on observe alors des franges d'interférence en précisant la position des sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$ . Comment procéder pour voir ces franges ?
  - (b) Quelle est leur forme géométrique ?
  - (c) On place l'écran perpendiculairement à l'axe  $Oy$ , à une distance  $D = 10$  cm du point O. Calculer la position sur l'écran des franges sombres pour  $\alpha = 2^\circ$  et  $\lambda = 546$  nm.

On suppose que les miroirs gardent la même position dans toute cette question.

- (d) On remplace la source ponctuelle par une fente très fine. Comment faut-il disposer celle-ci pour obtenir des interférences sur l'écran ?
- (e) A partir du cas précédent, on élargit maintenant la fente de façon symétrique en lui donnant une largeur  $b$ . Montrer, en supposant que la source est uniformément éclairée sur sa largeur, qu'on a une superposition continue de systèmes d'interférences, ce qui conduit à une diminution de la visibilité.

---

8. L'interféromètre est dit "réglé" (ou au "contact optique, cf. chapitre 4; §4.2.2) lorsque  $M_1$  est exactement orthogonal à  $Ox$  et  $M_2$  orthogonal à  $Oy$  et que les deux miroirs sont symétriques par rapport à G.

- (f) Exprimer l'intensité lumineuse sur l'écran. En déduire l'expression de la visibilité. Faire l'application numérique avec  $b = 0,2$  mm.
- (g) Existe-t-il une solution pour obtenir des interférences quelle que soit la largeur de la fente source ?

## Chapitre 4

# Interféromètre de Michelson : aspect expérimental

### 4.1 Présentation de l'appareil

La description qui est présentée est celle de l'interféromètre Sopra tel qu'il apparaît sur la partie droite de la figure 3.8. Elle s'adapte sans difficulté à tout autre interféromètre de Michelson à usage pédagogique.

#### 4.1.1 Disposition générale

L'interféromètre schématisé sur la figure 4.1 se compose principalement des éléments suivants :

- Deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  fixés sur des supports permettant l'ajustement de leur orientation par des vis  $V_1$  à  $V_4$ .
- Un ensemble formé de deux lames à faces parallèles dites séparatrice et compensatrice permettant de diviser le faisceau lumineux incident en deux faisceaux d'intensité sensiblement égale.
- Un chariot  $C$  supportant le miroir  $M_1$  et permettant sa translation par l'intermédiaire de la vis micrométrique  $V_5$ . Certains interféromètres disposent d'un second chariot de translation pour le miroir  $M_2$ .
- Un support de filtre thermique  $F$ . Ce filtre permet, si nécessaire, d'éliminer le rayonnement infra - rouge en provenance de la source lumineuse qui pourrait, en les échauffant, déformer les miroirs.

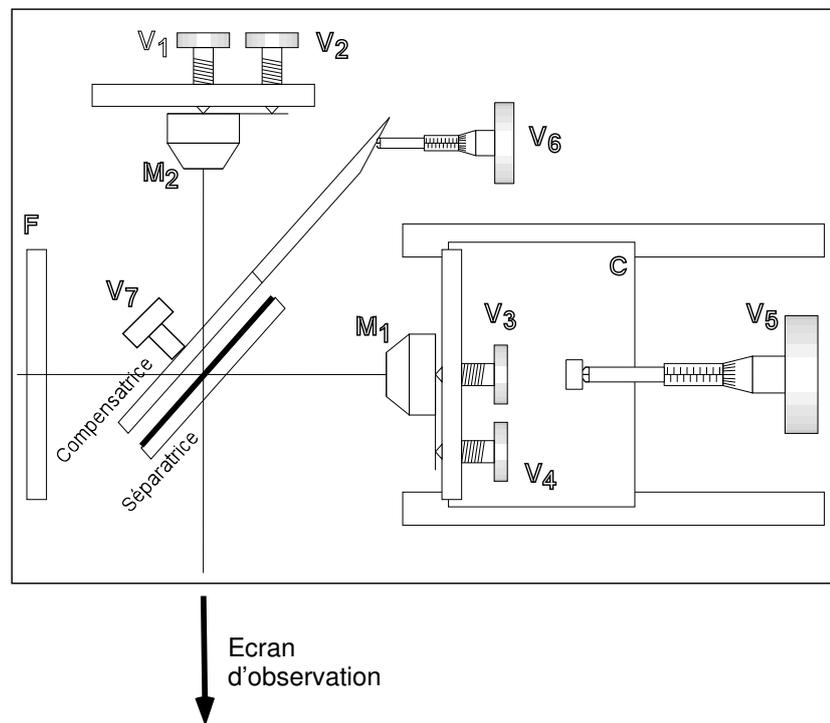


FIGURE 4.1 – Interféromètre de Michelson Sopra

#### 4.1.2 Séparatrice et compensatrice

Pour séparer le faisceau lumineux incident en deux ensembles équivalents, on dispose sur une lame de verre à faces parallèles un dépôt métallique mince. Son épaisseur est calculée pour que les intensités des faisceaux réfléchis et transmis soient sensiblement égales<sup>1, 2</sup>. Cet ensemble lame de verre + dépôt semi-réfléchissant forme ce que l'on nomme la lame séparatrice. Ce dispositif séparateur induit malheureusement un défaut important pour un interféromètre. Il engendre une dissymétrie entre les faisceaux : les rayons arrivant sur l'écran traversent trois fois la lame séparatrice s'ils se réfléchissent sur  $M_1$  alors qu'ils ne la traversent qu'une fois s'ils se réfléchissent sur  $M_2$ . Pour rétablir la symétrie, on ajoute une seconde lame de verre nommée compensatrice, identique à la première (à ceci près qu'elle ne comporte pas de dépôt métallique) et placée parallèlement à celle-ci. La figure 4.2 montre que les rayons lumineux traversent alors quatre fois une épaisseur de lame, qu'ils se réfléchissent sur  $M_1$  ou sur  $M_2$ .

1. Voir l'effet de peau dans le cours d'électromagnétisme

2. Certains constructeurs utilisent plusieurs couches diélectriques correspondant à des matériaux transparents dans le visible et d'indices différents à la place du dépôt métallique.

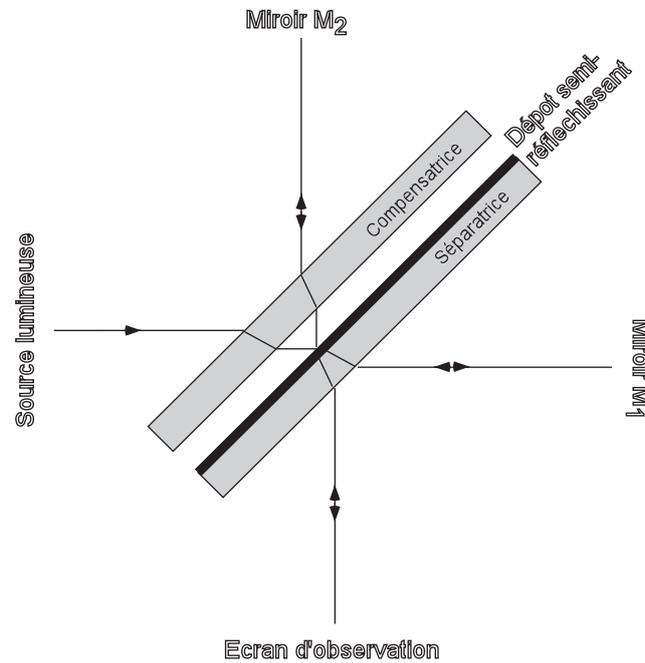


FIGURE 4.2 – Interféromètre de Michelson Sopra

**Remarque :** Pour que ce dispositif fonctionne, il faut que l'épaisseur effectivement traversée par les rayons lumineux soit identique dans les deux lames. Il est donc nécessaire non seulement d'utiliser deux lames identiques mais aussi que celles-ci soient parallèles pour que les rayons les traversent sous le même angle.

#### 4.1.3 Positionnement des miroirs

Les miroirs sont fixés sur leurs supports par l'intermédiaire de vis de positionnement ( $V_1$  et  $V_2$  sur la figure 4.3). Les supports sont des plans dont les axes  $z$  forment les deux axes orthogonaux de l'interféromètre. Les vis de positionnement permettent de faire légèrement tourner les miroirs autour de deux axes perpendiculaires à  $z$ ,  $x$  pour  $V_1$  et  $y$  pour  $V_2$ . La longueur des bras de levier sur lesquels agissent les vis détermine la sensibilité du réglage correspondant<sup>3</sup> :

- un bras de levier court permet une rotation rapide. On utilisera la vis associée dans la première partie (réglage grossier) du réglage des miroirs ;

3. Sur d'autres interféromètres que le Sopra, la différence de sensibilité des vis de réglage est assurée par une différence dans le pas de ces vis, le pas étant la distance dont est déplacée une vis lorsqu'elle a tourné d'un tour.

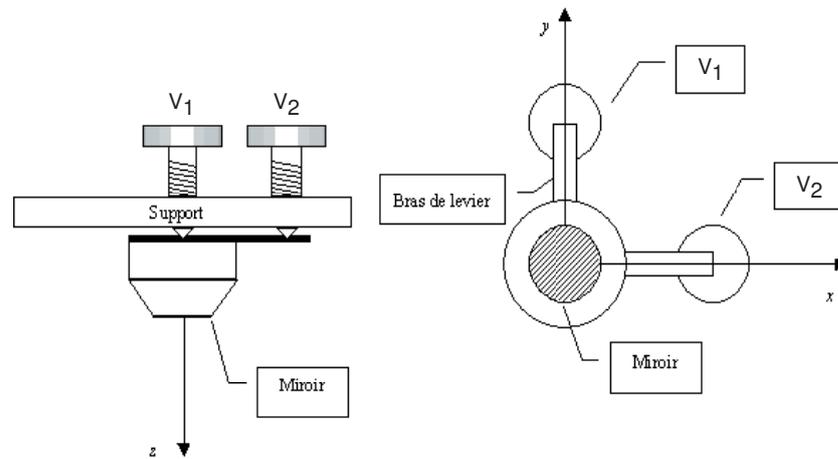


FIGURE 4.3 – Positionnement des miroirs

- un bras de levier long permet une rotation lente du miroir. La vis correspondante sera utilisée dans la deuxième partie (réglage fin).

Généralement, les vis associées à un des miroirs servent au réglage grossier (bras de levier court) alors que celles de l'autre miroir servent au réglage fin (bras de levier long). Sur certains interféromètres, un miroir peut être équipé de quatre vis de réglage, deux à bras courts et deux à bras longs.

#### 4.1.4 Contraintes de fabrication

Pour approcher le modèle de l'interféromètre idéal, il faut que les pièces optiques soient de qualité interférométriques. En effet, les miroirs et les lames ne doivent pas déformer les surfaces d'onde, ce qui impose une planéité et un polissage très précis, avec une tolérance meilleure que  $\lambda_0/10$  pour les irrégularités résiduelles.

De même, la sensibilité des interférences lumineuses correspond à des déplacements qui sont inférieurs à une longueur d'onde du domaine optique, soit typiquement 100 nm. Il faut donc une mécanique de précision, qui permette de régler l'orientation des miroirs de façon à la fois sensible et stable. Il est également nécessaire que la translation du miroir (aussi appelée chariotage) soit très progressive, et que le miroir conserve une orientation rigoureusement constante au cours de ce déplacement.

L'ensemble de ces contraintes fait qu'un interféromètre de Michelson de bonne qualité est un **matériel coûteux et fragile**. Il faut donc le manipuler avec précaution, en prenant soin de ne pas abîmer les mouvements mécaniques et en évitant de toucher les pièces optiques (miroirs et lames). Il faut par ailleurs éviter toute vibration intempestive, qu'on pourrait par exemple créer en s'appuyant sur la table de manipulation et qui risquerait

de perturber la figure d'interférence obtenue.

## 4.2 Réglage de l'interféromètre

Le réglage de l'interféromètre comprend deux phases principales :

- le réglage de l'ensemble séparatrice-compensatrice qui a pour objet de rendre ces deux éléments parallèles ;
- le réglage de l'orientation des miroirs pour obtenir une configuration du type lame d'air ou du type coin d'air.

Il existe plusieurs procédures permettant de régler l'interféromètre de Michelson qui se distinguent essentiellement par la précision des positionnements obtenus et par les moyens en temps et en matériels nécessaires pour les mettre en œuvre. Le réglage décrit ci-après correspond à une procédure simple et rapide qui permet néanmoins l'observation de toutes les figures d'interférences.

### 4.2.1 Réglage de l'ensemble séparatrice-compensatrice

Pour que la lame compensatrice joue son rôle, elle doit présenter aux rayons qui la traversent une épaisseur apparente identique à celle de la lame séparatrice (figure 4.2). Pour cela, elle doit être disposée parallèlement à cette dernière. On utilise pour ce réglage les deux vis  $V_6$  et  $V_7$  qui permettent de faire pivoter la compensatrice autour de deux axes orthogonaux<sup>4</sup>, l'axe vertical pour  $V_6$  et l'axe horizontal pour  $V_7$ .

Le principe du réglage est le suivant : on place sur l'axe perpendiculaire aux deux lames et à grande distance de celle-ci (au moins 1 m) un petit trou éclairé par l'arrière avec une lampe quelconque (figure 4.4) ; on regarde à l'œil nu, à travers les lames, ce petit trou lumineux. A cause des réflexions multiples sur les faces, on observe généralement une image multiple engendrée par chacune des lames ; pour ajuster le parallélisme, il suffit de superposer les images du trou source données par la séparatrice et la compensatrice en jouant sur les vis de réglage  $V_6$  et  $V_7$ .

**Variante :** On remplace le trou source éclairé par un laser et l'œil par un écran d'observation. On observe alors sur l'écran deux taches qu'il s'agit de superposer à l'aide des vis de réglage  $V_6$  et  $V_7$ .

**ATTENTION :** Il ne faut jamais diriger un faisceau laser vers son œil. Il est donc indispensable d'utiliser un écran d'observation pour réaliser le réglage.

---

4. La vis  $V_6$  est une vis micrométrique sur l'interféromètre Sopra. Ce n'est pas nécessairement le cas sur tous les interféromètres.

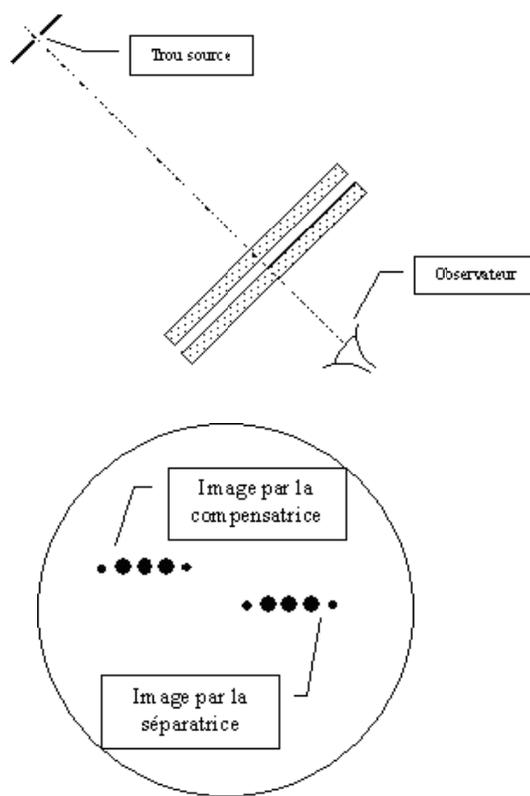


FIGURE 4.4 – Réglage du parallélisme séparatrice-compensatrice

### 4.2.2 Réglage des miroirs

Pour obtenir une des deux configurations classiques du Michelson (lame d'air ou coin d'air), on part toujours d'un positionnement initial où l'image d'un des miroirs par l'ensemble séparatrice - compensatrice ( $M'_1$ ) est confondue avec le second ( $M_2$ ). Dans cette position, la distance maximale entre  $M'_1$  et  $M_2$  doit être négligeable devant la longueur d'onde du rayonnement utilisé ( $\approx 500$  nm pour la lumière visible). On se trouve alors dans une configuration nommée contact optique. C'est l'obtention de ce contact optique que l'on recherche dans le réglage initial des miroirs de l'interféromètre.

Pour l'obtenir, on procède en deux temps :

- Un premier positionnement grossier des miroirs est obtenu en utilisant une méthode similaire à celle retenue pour le réglage du parallélisme de la compensatrice, c'est à dire une méthode d'optique géométrique. A l'issue de ce réglage,  $M'_1$  et  $M_2$  sont suffisamment proches pour que des interférences soient visibles avec une source de faible étendue

spectrale<sup>5</sup>.

- Un positionnement définitif est obtenu en se guidant sur l'évolution des figures d'interférences obtenues au cours du déplacement des miroirs.

### Réglage grossier

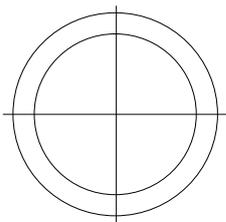


FIGURE 4.5 – Cible permettant le réglage grossier des miroirs

Dans cette partie, on utilise une cible comme celle de la figure 4.5 dessinée sur un support diffusant (papier calque), éclairée par une source de faible étendue spectrale (lampe à décharge à vapeur de Sodium par exemple). Cette cible éclairée est utilisée comme source lumineuse pour le Michelson, l'observation se faisant directement à l'œil nu comme indiqué sur la figure 4.6.

A ce niveau, l'expérimentateur voit une image double de la cible (figure 4.7) donnée par les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ . C'est en observant l'évolution cette figure que l'on procède au réglage grossier :

- Sur l'exemple de la partie gauche de la figure 4.7, l'observateur voit deux cibles de même taille mais décalées transversalement. Cette configuration correspond à deux miroirs non parallèles. On agit donc sur les vis "rapides" permettant une rotation d'un des miroirs pour aligner les croix des deux images de la cible.
- Sur l'exemple de la partie droite de la figure 4.7, l'observateur voit deux cibles alignées mais de tailles différentes. Cette configuration correspond à deux miroirs parallèles mais dont les plans ne sont pas confondus. On agit donc sur la vis de translation du miroir  $M_1$  (vis  $V_5$ ) pour superposer les cercles des deux images de la cible.

Lorsque les miroirs sont suffisamment proches, des franges d'interférences apparaissent<sup>6</sup> comme sur la figure 4.8. La phase correspondant au réglage

5. A l'issue de ce réglage, la distance entre les deux miroirs est encore grande par rapport à la longueur d'onde d'une lumière visible. Conformément aux résultats obtenus au chapitre 2, § 2.3.3, il est donc nécessaire d'utiliser une source de faible étendue spectrale pour espérer observer des interférences.

6. Les franges apparaissent lorsque la différence de marche maximale  $\Delta$  devient plus

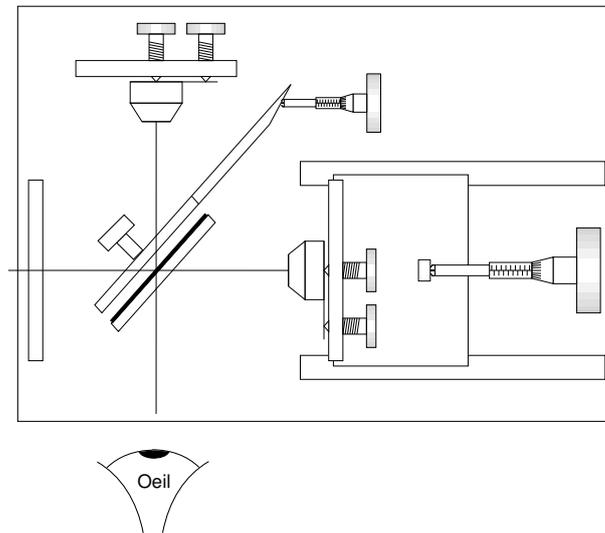


FIGURE 4.6 – Réglage des miroirs de l'interféromètre de Michelson

"grossier" des miroirs est alors terminée.

### Réglage fin

Dans ce qui suit, lorsque l'on parlera des deux miroirs, il faudra comprendre qu'il s'agit du miroir  $M_2$  et de l'image  $M'_1$  du miroir  $M_1$  par l'ensemble séparatrice - compensatrice.

Si le réglage précédent a été correctement mené, des interférences sont maintenant observables à condition d'utiliser une source de faible étendue spectrale (bonne cohérence temporelle). Le principe consiste à observer ces interférences directement à l'œil nu pour amener progressivement les deux miroirs au contact optique. La procédure est la suivante :

- Observer les interférences obtenues. Le centre des miroirs ne coïncidant pas et les miroirs n'étant pas non plus parallèles<sup>7</sup>, les franges observées forment généralement un système intermédiaire entre des anneaux et des franges rectilignes (figure 4.8) ;

---

faible que  $\frac{c_0}{\Delta\nu}$  où  $\Delta\nu$  représente l'étendue spectrale en fréquence de la source (cf. chapitre 2, § 2.3.3).

7. On évalue ici la position relative des miroirs à l'échelle de la longueur d'onde ( $\approx 0,5\mu\text{m}$ ). La superposition des miroirs obtenue à l'étape précédente se jugeait à l'échelle de l'épaisseur des traits de la cible ( $\approx 0,5\text{ mm}$ ). Il y a un facteur 1 000 entre les deux échelles!

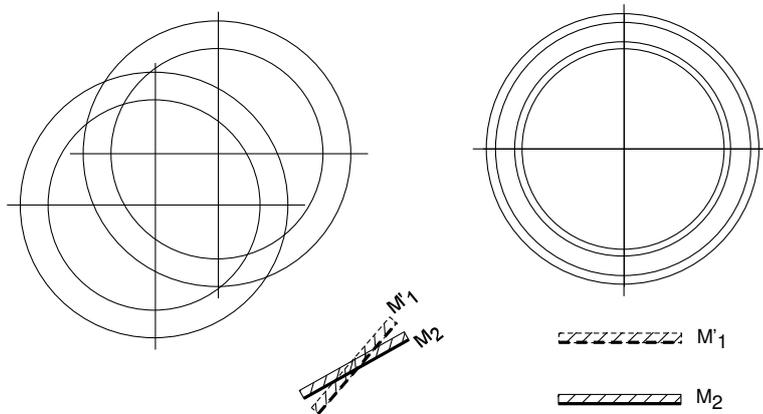


FIGURE 4.7 – Les images doubles de la cible observables à travers le Michelson

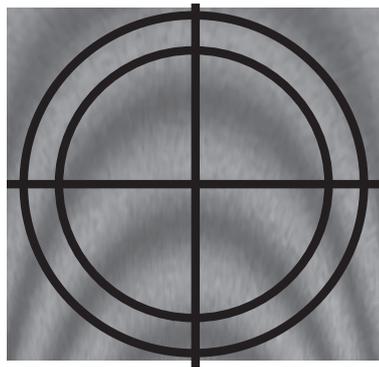


FIGURE 4.8 – Fin du réglage grossier : des interférences apparaissent

- Déplacer le chariot supportant le miroir  $M_1$  à l'aide de la vis  $V_5$  de façon à faire défiler les franges vers le centre de courbure de celles-ci. Au cours de ce déplacement, les centres des deux miroirs se rapprochent l'un de l'autre ;
- Lorsque les franges sont devenues rectilignes, utiliser les vis d'orientation des miroirs pour élargir l'interfrange. A ce niveau, on peut encore agir en utilisant les vis de rotation rapide : tourner doucement une des deux vis. Les franges "basculent" et l'interfrange passe par un maximum. Se positionner sur ce maximum ; tourner alors doucement la seconde vis jusqu'à obtenir de nouveau un maximum ; revenir alors à la première et recommencer l'opération et ainsi de suite. De cette façon, on rend progressivement les deux miroirs parallèles ; arrêter le

réglage lorsque l'on voit environ une vingtaine de franges rectilignes sur les miroirs (figure 4.9) ;

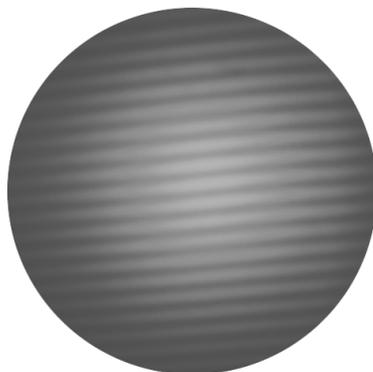


FIGURE 4.9 –

**Remarque :** il est possible qu'en élargissant l'interfrange, les franges se courbent. On agira alors sur la vis  $V_5$  pour rendre de nouveau les franges rectilignes.

A ce niveau du réglage, les miroirs forment un petit angle  $\beta$  et leurs centres sont presque confondus. Pour confondre les deux centres, il faut placer la frange centrale au centre des miroirs. Malheureusement, celle-ci n'est pas discernable avec un éclairage à forte cohérence temporelle comme la lampe à vapeur de sodium<sup>8</sup>. Pour la repérer, il faut utiliser une lumière à grande étendue spectrale (lumière blanche par exemple) et profiter du fait que la frange centrale est aussi achromatique. Ce sera donc la seule à apparaître non irisée à l'observation. La fin du réglage se déroule donc de la façon suivante :

- Disposer à côté de la lampe à vapeur de sodium une lampe blanche. Orienter ces deux lampes pour qu'elles éclairent en même temps l'interféromètre à travers l'écran diffusant (papier calque). On fera en sorte que les franges dues à la lampe à vapeur de sodium restent visibles malgré la présence de la lampe blanche.
- Agir alors très doucement sur la vis  $V_5$  jusqu'à ce que le système de franges dû à la lampe blanche apparaissent. Amener alors la frange centrale qui est blanche au centre des miroirs et retirer la lampe à vapeur de sodium.

---

8. Le milieu de propagation n'étant pas dispersif (de l'air ici), la frange centrale est achromatique. C'est cette caractéristique qui permet éventuellement de la distinguer des autres.

**Remarque :** On dispose en parallèle la lampe à vapeur de sodium et la lampe blanche car les franges dues à celle-ci n'apparaissent généralement pas sans toucher à  $V_5$ . La présence des premières permet de voir dans quel sens et à quelle vitesse s'effectue la translation de  $M_1$  commandée par la rotation de  $V_5$ .

Les centres des miroirs sont maintenant confondus. Il ne reste plus qu'à les rendre parallèles. Comme précédemment, utiliser les vis d'orientation des miroirs pour élargir progressivement l'interfrange. Cette fois-ci, ce seront les vis de rotation lente qui seront choisies. Prendre particulièrement garde à maintenir la frange centrale au centre des miroirs en retouchant éventuellement la position de  $V_5$ . Le réglage est terminé lorsque la frange centrale recouvre la totalité des miroirs. Noter alors précisément la position de la vis micrométrique  $V_5$ . Cette précaution permettra par la suite de retrouver facilement la position de contact optique des miroirs.

**Remarque :** L'utilisation directe de l'œil comme instrument d'observation avec une source de lumière étendue permet de passer sans difficulté d'une vision de franges rectilignes, localisées sur les miroirs à une observation d'anneaux qui sont eux localisés à l'infini.

### 4.2.3 Conclusion

Nous allons maintenant étudier plus en détail les deux types de franges d'interférence : les franges d'égalé inclinaison données à l'infini par les miroirs parallèles et les franges d'égalé épaisseur données au voisinage des miroirs par un coin d'air de petit angle. Cette étude sera également pour nous l'occasion d'illustrer expérimentalement le problème de la cohérence spatiale et temporelle de la vibration lumineuse.

Le sens premier du mot cohérence en optique est la capacité d'une radiation à donner naissance à des phénomènes d'interférence. On a pour habitude de distinguer d'une part la cohérence temporelle due à la finesse spectrale de la source, et d'autre part la cohérence spatiale liée à son étendue géométrique. Cette distinction est en partie due à des raisons historiques, mais également au fait que ces deux cas limites peuvent être illustrés par des expériences fondamentales relativement simples, comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

## 4.3 Etude des anneaux d'égalé inclinaison

A partir de la position de contact optique et en utilisant l'éclairage (lampe à vapeur de sodium + écran diffusant), translater le miroir  $M_1$  de manière à observer à l'œil nu des **anneaux concentriques bien contrastés**.

### 4.3.1 Influence de la cohérence spatiale de la source

Il s'agit ici d'observer l'influence de l'étendue spatiale de la source sur la localisation des anneaux. L'observation se fera directement sur un écran mobile. L'éclairage se fera par l'intermédiaire d'un trou circulaire de diamètre variable (diaphragme à iris). La source lumineuse devra présenter une bonne cohérence temporelle pour ne pas perturber l'étude de l'influence de sa cohérence spatiale. Le montage est celui représenté sur la figure 4.10 :

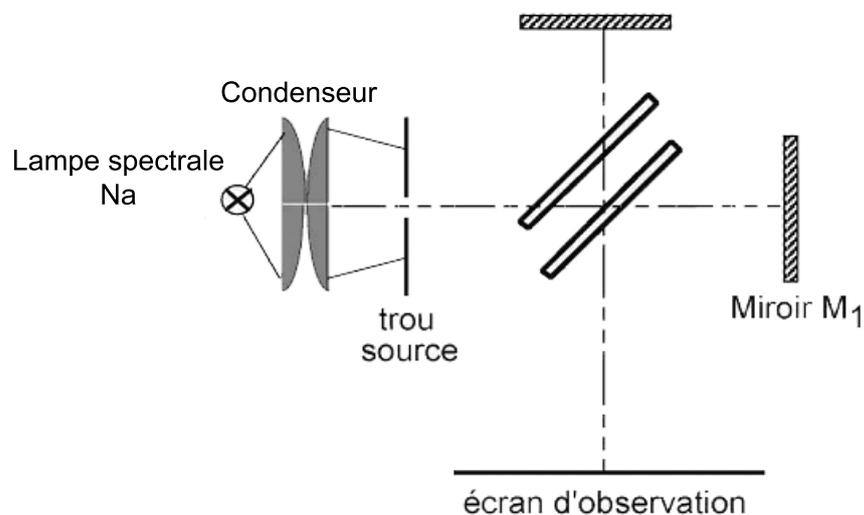


FIGURE 4.10 – Montage expérimental pour l'étude de la localisation des anneaux d'égal inclinaison, observables avec l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

#### Principe

Le diaphragme à iris joue le rôle de source de taille variable. Il est éclairé par l'arrière à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium. L'observation se fait directement sur un écran.

Afin d'optimiser la puissance lumineuse traversant l'interféromètre, on utilise un condenseur qui permet de capter une plus grande proportion de l'énergie lumineuse émise par la lampe.

#### Réglage

- Ajuster la hauteur de la lampe, du condenseur et du trou source par rapport à celle de l'interféromètre.

- Disposer la lampe spectrale à environ 50 cm de l'interféromètre, sur la médiatrice du miroir  $M_1$ .
- **Ne pas mettre le diaphragme à iris pour faire ce réglage.** Placer le condenseur entre la lampe et l'interféromètre. Chercher la position de celui-ci qui permet de faire converger le faisceau issu de la lampe au centre du miroir. Lorsque ce réglage est fait, on doit voir l'image du tube à décharge sur le miroir.
- Disposer le diaphragme à iris contre le condenseur du côté de l'interféromètre.
- Placer l'écran d'observation à environ 1 m de l'interféromètre.

### Observation

- **Donner au diaphragme sa dimension la plus petite.** On observe alors sur l'écran des anneaux bien contrastés. Déplacer l'écran en le rapprochant puis en l'éloignant de l'interféromètre pour observer que la visibilité ne varie pas : les anneaux sont non localisés lorsque la source est quasi-ponctuelle.
- **Ouvrir progressivement le diaphragme** et observer la diminution de la visibilité. En reculant l'écran, la visibilité augmente. En le rapprochant de l'interféromètre, la visibilité diminue : moins bonne est la cohérence spatiale de la source, plus les anneaux s'observent loin de l'interféromètre.
- **Ouvrir complètement le diaphragme.** Les anneaux ne sont plus observables. Placer alors une lentille convergente<sup>9</sup> ( $f' = 1$  m) sur l'axe de  $M_2$ , contre l'interféromètre (prendre garde à ce que le faisceau lumineux passe bien au voisinage du centre de la lentille pour que celle-ci soit utilisée dans les conditions de Gauss). Les anneaux sont de nouveau bien contrastés si on place l'écran dans le plan focal image de cette lentille : les anneaux sont localisés à l'infini lorsque la source est étendue.

#### 4.3.2 Détermination des caractéristiques d'un doublet

La lampe à vapeur de Na émet principalement un doublet jaune<sup>10</sup>. L'observation de l'évolution de la visibilité de la figure d'interférence avec les variations de la différence de marche permet de mesurer l'écart entre ses deux composantes.

---

9. On peut choisir une lentille de focale plus petite que celle proposée. Il en résultera une diminution de la taille des anneaux.

10. On peut réaliser cette expérience avec une lampe à vapeur de mercure qui émet également un doublet jaune. Dans ce cas, il faut utiliser un filtre jaune qui éliminera les autres raies émises par cette lampe.

### Principe

On observe les anneaux de la lame d'air en éclairant l'interféromètre avec une lampe à vapeur de Na. On fait varier la différence de marche  $\delta$  en translatant le miroir  $M_1$ , c'est à dire en faisant varier la distance  $e$  entre  $M'_1$  et  $M_2$ . Conformément à l'analyse faite au chapitre 2 § 2.3.2, il en résulte une variation de la visibilité de la figure d'interférence. Cette visibilité passe par des minima successifs dont la périodicité permet de mesurer l'écart entre les deux raies du doublet (figure 4.12).

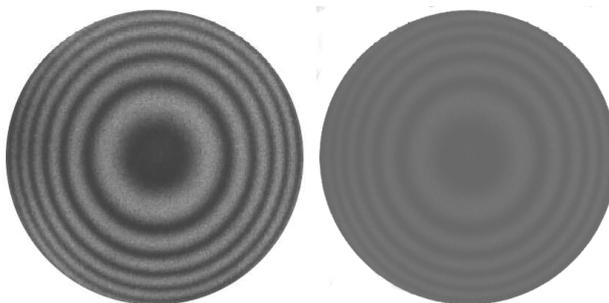


FIGURE 4.11 – Maximum (à gauche) et minimum (à droite) de la visibilité des anneaux de la lame d'air obtenus avec une lampe au sodium

### Montage

- Reprendre le montage précédent (§ 4.3.1) en ne mettant pas le diaphragme à iris.
- Si l'utilisation d'un filtre est nécessaire (avec la lampe Hg par exemple), le placer à un endroit où il diaphragmera le moins possible le faisceau<sup>11</sup>, par exemple contre la lentille de projection.

### Mesure

- Translater le miroir  $M_1$  en observant les anneaux d'interférence sur l'écran.
- Observer les variations de la visibilité. Repérer les minima.
- Mesurer à l'aide la vis micrométrique  $V_5$  la distance dont il faut déplacer le miroir  $M_1$  pour passer d'un minimum de la visibilité au suivant<sup>12</sup>.
- A l'aide des résultats du chapitre 2 § 2.3.2, en déduire l'écart en longueur d'onde du doublet. On prendra une longueur d'onde moyenne

11. Il s'agit de maintenir au maximum la luminosité de la figure d'interférence.

12. On peut augmenter la précision de la mesure en mesurant la distance séparant 2, 3 ... minima successifs.

$$\lambda_m = 600 \text{ nm.}$$

- Comparer à la valeur affichée sur la table des longueurs d'onde.

#### 4.4 Etude des franges du coin d'air

A partir de la position de contact optique et en utilisant l'éclairage (lampe blanche + écran diffusant), tourner légèrement l'un des deux miroir de manière à observer à l'œil nu des **franges rectilignes**. Faire en sorte que la frange centrale achromatique se trouve au centre des miroirs et que toutes les franges de lumière blanche soient visibles (si ce n'est pas le cas, augmenter l'angle entre les miroirs).

##### 4.4.1 Influence de la cohérence spatiale de la source

Il s'agit ici d'observer l'influence de l'étendue spatiale de la source sur la localisation des franges rectilignes. L'observation se fera directement sur un écran mobile. L'éclairage se fera par l'intermédiaire d'un trou circulaire de diamètre variable (diaphragme à iris). Le montage est celui représenté sur la figure 4.12 :

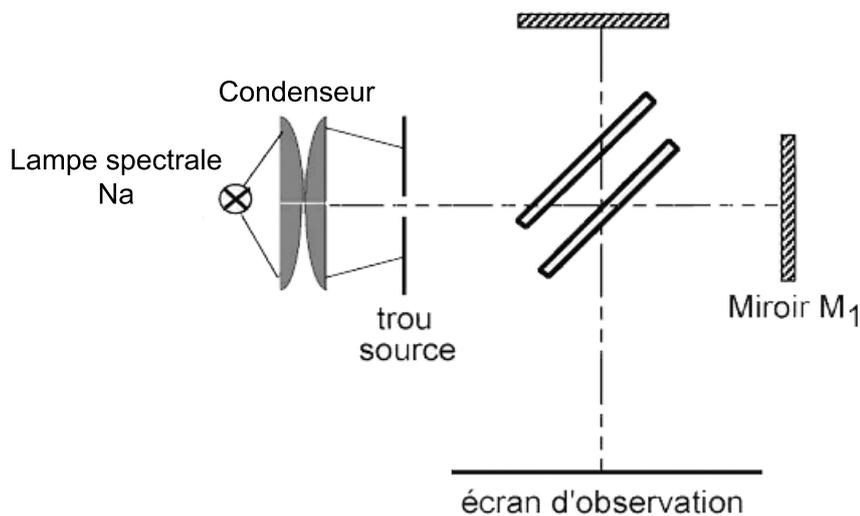


FIGURE 4.12 – Montage expérimental pour l'étude de la localisation des franges d'égal épaisseur, observables avec l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air.

### Principe

Le diaphragme à iris joue le rôle de source de taille variable. Il est éclairé par l'arrière à l'aide d'une lanterne (source de lumière blanche). L'observation se fait directement sur un écran.

Rappel : une lanterne intègre dans un même boîtier la source de lumière proprement dite (ampoule à incandescence) et un condenseur (visible à l'avant de la lanterne). On règle la position de l'ampoule par rapport au condenseur à l'aide de la tirette située à l'arrière.

### Réglage

- Ajuster la hauteur de la lanterne et du trou source par rapport à celle de l'interféromètre.
- Régler la lanterne pour que celle-ci engendre un faisceau de lumière grossièrement parallèle (il suffit de vérifier que le diamètre du faisceau soit à peu près constant entre 0 et 2m).
- Disposer la lanterne à environ 10 cm de l'interféromètre, sur la médiatrice du miroir  $M_1$ .
- Disposer le diaphragme à iris entre la lanterne et l'interféromètre.
- Placer l'écran d'observation à environ 1 m de l'interféromètre.

### Observation

- **Donner au diaphragme sa dimension la plus petite.** On observe alors sur l'écran des franges bien visibles. Déplacer l'écran en le rapprochant puis en l'éloignant de l'interféromètre pour observer que la visibilité ne varie pas : les franges sont non localisées lorsque la source est quasi-ponctuelle.
- **Ouvrir progressivement le diaphragme** et observer la diminution de la visibilité. En rapprochant l'écran, la visibilité augmente. En l'éloignant de l'interféromètre, la visibilité diminue : moins bonne est la cohérence spatiale de la source, plus les franges du coin d'air s'observent près des miroirs.
- **Ouvrir complètement le diaphragme.** Les franges ne sont plus observables. Placer alors une lentille convergente et faire l'image des miroirs sur l'écran (prendre garde à ce que le faisceau lumineux passe bien au voisinage du centre de la lentille pour que celle-ci soit utilisée dans les conditions de Gauss). Les franges sont de nouveau bien visibles : les franges du coin d'air sont localisées sur les miroirs lorsque la source est étendue.

**4.4.2 Influence de la rotation d'un miroir**

**4.4.3 Utilisation pratique d'une source spatialement étendue**

**4.4.4 Franges en lumière blanche**

## 4.5 Exercices

### Exercice 1

On éclaire un interféromètre de Michelson avec une source rigoureusement ponctuelle et rigoureusement monochromatique (source idéalement cohérente). L'ensemble "séparatrice - compensatrice" est réglé (les deux lames sont parallèles) mais les miroirs sont dans une position quelconque.

1. Quelle est la forme des surfaces iso-éclairage engendrées par cet interféromètre dans l'espace environnant ?
2. Dessiner la forme approximative des franges obtenues sur un écran plan interceptant de façon quelconque ces surfaces (on pourra envisager plusieurs dispositions).
3. Justifier que l'on fasse défiler les franges vers leur centre de courbure pour rapprocher les miroirs  $M'_1$  et  $M_2$  comme indiqué au § 4.2.2, page 101.

### Exercice 2

On observe à travers un interféromètre de Michelson une cible avec la méthode décrite au § 4.2.2, page 99. La cible est formée de traits d'épaisseur  $e = 0,2\text{mm}$ . Les cercles ont un diamètre de l'ordre de  $\phi = 8\text{cm}$ . L'ensemble "séparatrice - compensatrice" est réglé (les deux lames sont parallèles).

1. On suppose les miroirs  $M'_1$  et  $M_2$  parallèles.
  - (a) Estimer la distance maximale séparant ces miroirs lorsque les deux images de la cible semblent superposées à l'observateur.
  - (b) En déduire l'étendue spectrale maximale de la source pour que des interférences soient observables.
  - (c) Justifier le choix de la lampe à décharge à vapeur de Sodium.
2. On suppose les centres des miroirs  $M'_1$  et  $M_2$  confondus.
  - (a) Estimer l'angle maximal que font ces miroirs lorsque les deux images de la cible semblent superposées à l'observateur.
  - (b) En déduire le pouvoir séparateur minimal que doit avoir le système d'observation pour distinguer des franges.
  - (c) Justifier le choix de l'œil nu sachant que son pouvoir séparateur est de une seconde d'arc.

### Exercice 3

Pourquoi les franges rectilignes peuvent-elles se courber lorsqu'on augmente l'interfrange ?

**Exercice 4**

Pourquoi ne peut-on pas voir d'anneaux en lumière blanche ?

**Exercice 5**

On utilise un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air pour réaliser des expériences mettant en jeu de faibles variations d'indice. Pour cela, à partir du contact optique, on fait tourner le miroir  $M_1$  d'un angle  $\alpha = 10^{-3}$  rad. La source lumineuse est un faisceau laser ( $\lambda = 632,8$  nm). Les franges d'interférence obtenues au niveau des miroirs sont projetées sur un écran à l'aide d'une lentille qui permet d'obtenir un grandissement transversal  $\gamma = -10$ .

On place devant  $M_1$  une cellule à faces parallèles d'épaisseur  $a = 1$  cm qui contient initialement de l'air ambiant ( $P_0 = 1$  bar,  $T_0 = 293$  K). On suppose que l'indice de réfraction  $n$  d'un gaz est tel que  $n - 1$  soit proportionnel à sa masse volumique (loi de Gladstone).

1. Montrer que, si l'on comprime l'air de la cellule à température constante, les franges se déplacent. Déterminer le sens du déplacement et la surpression que l'on peut ainsi détecter, si l'on considère qu'il est possible d'apprécier un déplacement de franges de 0,05 interfrange.
2. Si l'air contenu dans la cellule est chauffé à la pression de 1 bar, montrer que les franges se déplacent également. Donner le sens du déplacement et la variation de température qu'il est ainsi possible de détecter.



## Chapitre 5

# Diffraction à l'infini

### 5.1 Phénomène de diffraction

Lorsqu'un faisceau de lumière parallèle éclaire le bord rectiligne d'un écran opaque, les lois de l'optique géométrique prévoient un comportement simple des rayons lumineux :

- Ceux qui arrivent sur l'écran sont définitivement éliminés ;
- Ceux qui passent au dessus du bord de l'écran ne sont pas « affectés » par la présence de celui-ci. Leur comportement reste identique à celui qu'il serait sans la présence de ce dernier.

L'expérience ne confirme pas ces prévisions. Si on éclaire effectivement le bord d'un écran bien rectiligne (le tranchant d'une lame de rasoir par exemple) à l'aide d'un faisceau de lumière parallèle et monochromatique, on obtient un résultat semblable à celui de la figure 5.1 :

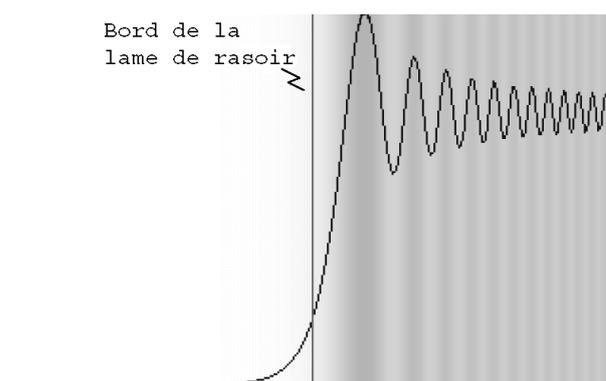


FIGURE 5.1 – Diffraction d'un faisceau LASER par le bord d'un écran rectiligne (vue en négatif)

On note en particulier les caractéristiques suivantes :

- Dans la zone de l'ombre géométrique, on observe de la lumière ;
- Dans la zone complémentaire, l'éclairement de l'écran n'est pas uniforme. Il présente, au voisinage de la transition vers l'ombre, des variations correspondant à des franges parallèles au bord de l'écran.

L'optique géométrique ne permet pas d'expliquer un tel phénomène. Celui-ci est lié, comme pour les interférences, au caractère ondulatoire du phénomène lumineux. Pour s'en convaincre définitivement, il suffit d'observer une figure de diffraction obtenue en lumière polychromatique.

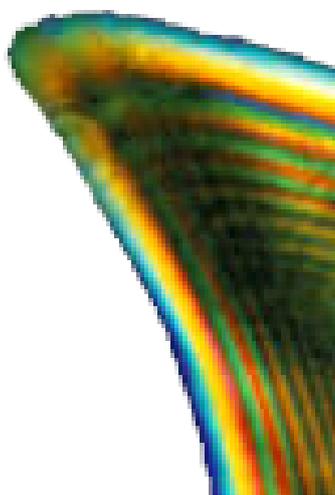


FIGURE 5.2 – Diffraction de Fresnel autour d'une goutte d'eau en lumière polychromatique

L'aspect coloré des franges ne laisse aucun doute sur la dépendance du phénomène avec la longueur d'onde, grandeur typiquement ondulatoire (figure 5.2).

## 5.2 Principe d'Huyghens-Fresnel

Comme pour les interférences, les phénomènes de diffraction lumineuse sont théoriquement de simples conséquences des équations de Maxwell régissant le comportement du champ électromagnétique. On simplifie énormément le problème posé en se plaçant dans les conditions où la lumière peut être assimilée à une vibration scalaire et où cette vibration satisfait au principe d'Huyghens-Fresnel. Comme toujours, c'est la conformité des prévisions théoriques à la réalité expérimentale qui permet de valider, à posteriori,

ces simplifications.

### 5.2.1 Énoncé et formulation du principe

Considérons une onde se propageant de gauche à droite sur une corde tendue entre deux points S et M.

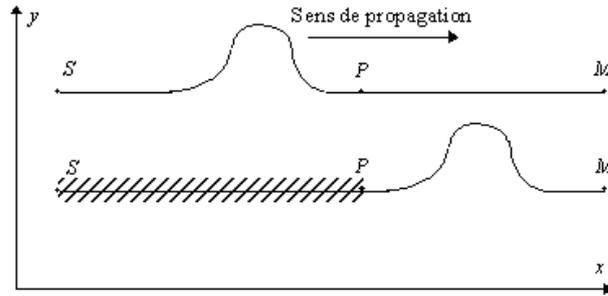


FIGURE 5.3 – Propagation sur une corde tendue

Si la corde est homogène, la célérité  $c$  de propagation de l'onde sur la corde est constante et la déformation transversale  $y(x, t)$  de la forme :

$$y(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad (5.1)$$

Pour engendrer cette onde, il a fallu soumettre l'extrémité S à un mouvement transversal initial :

$$y_S(t) = f\left(t - \frac{x_S}{c}\right) \quad (5.2)$$

Formellement, une fois que l'onde a franchi le point P, rien ne changerait si la partie SP de la corde avait été supprimée à condition que le point P ait été soumis à un mouvement initial :

$$y_P(t) = f\left(t - \frac{x_P}{c}\right) \quad (5.3)$$

Le point P serait alors la nouvelle source des vibrations se propageant sur la corde. Le principe d'Huyghens se propose de généraliser ce résultat pour une propagation tridimensionnelle :

*Les vibrations scalaires qui se propagent à l'extérieur d'une surface fermée  $\Sigma$  contenant une source S sont identiques à celles que l'on obtiendrait en supprimant cette source et en la remplaçant par des sources fictives réparties sur la surface  $\Sigma$  .*

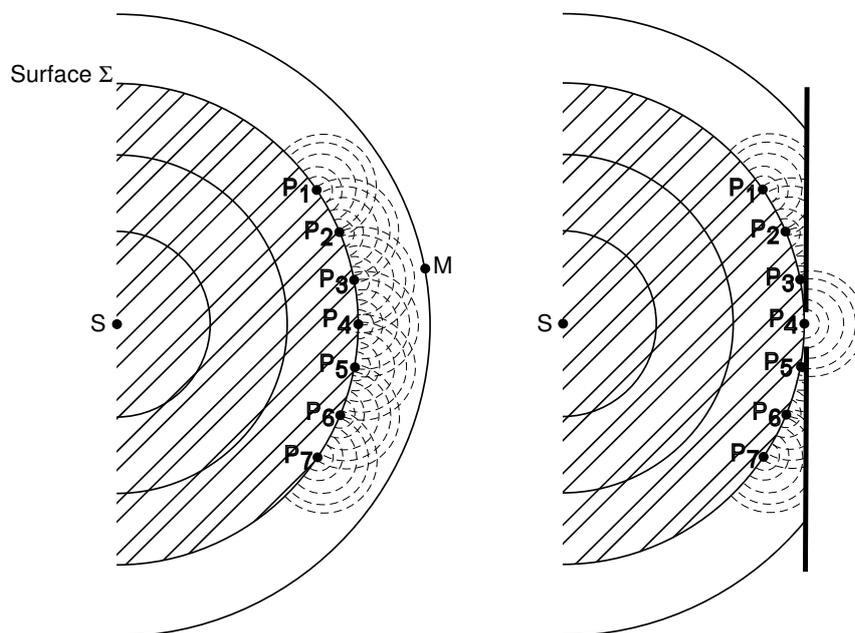


FIGURE 5.4 – Principe d'Huyghens

Ce principe permet d'interpréter facilement les phénomènes de diffraction. Considérons par exemple une source ponctuelle  $S$  émettant des ondes sphériques dans un milieu homogène (figure 5.4). Prenons comme surface fermée  $\Sigma$  une sphère centrée sur le point  $S$ . Pour un point  $M$  extérieur à  $\Sigma$ , l'état vibratoire est équivalent à celui que l'on obtiendrait en disposant des sources virtuelles aux points  $P_1, P_2, P_3, \dots$  sur  $\Sigma$ . Si l'on dispose un écran opaque percé d'une ouverture diffractante entre  $\Sigma$  et  $M$ , le nombre de sources virtuelles affectant réellement l'état vibratoire en  $M$  va être réduit. Si l'ouverture est petite, on pourra considérer qu'il n'y a plus que quelques sources (comme  $P_4$  sur la figure 5.4) de sorte que l'émission observée après l'ouverture se rapprochera progressivement d'une émission hémisphérique. C'est bien ce que l'on constate expérimentalement (figure 5.5).

Pour interpréter quantitativement les phénomènes de diffraction, il reste à préciser les caractéristiques (amplitude, phase) des sources virtuelles. Ce fut la contribution de Fresnel qui postula que :

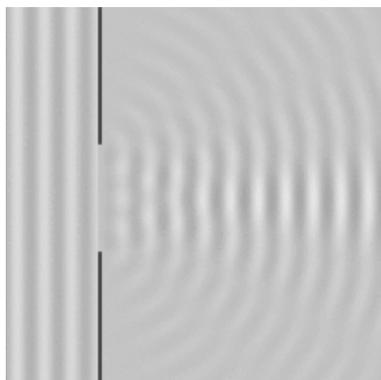


FIGURE 5.5 – Diffraction sur une cuve à onde (simulation)

*Une surface infinitésimale  $d\sigma$  entourant un point  $P$  de la surface  $\Sigma$  peut être considérée comme une source virtuelle dont l'amplitude est proportionnelle à  $d\sigma$  et à l'amplitude de l'onde arrivant en  $P$  et dont la phase est exactement celle de l'onde produite en  $P$  par la source réelle  $S$ . Ces sources virtuelles étant toutes issues d'une même source réelle sont cohérentes et interfèrent entre elles.*

Pour donner une formulation mathématique de ce postulat, considérons un élément  $d\sigma$  de la surface fermée  $\Sigma$  entourant un point  $P$ .

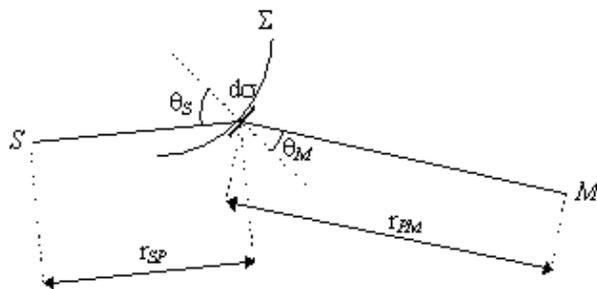


FIGURE 5.6 – Postulat de Fresnel

L'amplitude de la vibration envoyée par la source  $S$  et arrivant au niveau du point  $P$  où se situe  $d\sigma$  sera de la forme :

$$s(P, t) = \frac{A}{g(S, P)} f(t - \Delta t_{SP}) \quad (5.4)$$

la fonction  $g(S, P)$  décrivant les variations de l'amplitude de l'onde dues à la propagation de  $S$  à  $P$  (le milieu n'est pas nécessairement parfaitement

transparent) et  $\Delta t_{SP}$  représentant le temps mis pour parcourir le chemin SP. La vibration élémentaire reçue en M de la part de la source  $d\sigma$  sera donc de la forme :

$$ds(M, t) = \frac{A'd\sigma}{g(S, P)h(P, M)} f(t - \Delta t_{SP} - \Delta t_{PM}) \quad (5.5)$$

où  $h(P, M)$  et  $\Delta t_{PM}$  représentent respectivement les variations d'amplitude de la vibration entre P et M et le temps nécessaire à la propagation entre ces deux mêmes points. La vibration totale de l'onde en M sera la somme des vibrations élémentaires dues aux différents éléments de surface  $d\sigma$  qui forment un ensemble de sources cohérentes :

$$s(M, t) = \int_{\Sigma} \frac{A'd\sigma}{g(S, P)h(P, M)} f(t - \Delta t_{SP} - \Delta t_{PM}) \quad (5.6)$$

Telle est la formulation mathématique du principe d'Huyghens-Fresnel.<sup>1</sup>

### 5.2.2 Application au cas des ondes lumineuses

Tout ce qui a été dit précédemment est applicable à un phénomène ondulatoire quelconque, pourvu qu'il puisse être considéré comme la vibration d'une grandeur scalaire. Nous supposons par la suite qu'il en est ainsi de la lumière.<sup>2</sup>

Dans la pratique courante, le problème posé en optique correspond à celui de la figure 5.7. La source S et le point M sont situés de part et d'autre d'une ouverture  $\Sigma'$  pratiquée dans un écran opaque plan disposé à peu près normalement à la direction SM. Les distances  $D_s$  et  $D_s$  sont grandes devant les dimensions de l'ouverture si bien que les rayons tels que SP ou PM sont peu inclinés par rapport à la normale au plan diffractant.

Supposons que l'onde émise par S soit monochromatique de pulsation  $\omega$  et de longueur d'onde  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega$ . Le principe d'Huyghens-Fresnel s'écrit alors :

$$s(M, t) = \int_{\Sigma'} \frac{A'd\sigma}{g(S, P)h(P, M)} \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{L_{SP} + L_{PM}}{\lambda_0}\right) \quad (5.7)$$

1. Les sources virtuelles disposées sur la surface  $\Sigma$  se comportent comme les sources secondaires des dispositifs interférentiels. Elles forment un ensemble généralement infini de sources cohérentes. En additionnant (au sens de l'intégrale) leurs amplitudes élémentaires au niveau d'un point M, on peut dire que l'on calcule la figure d'interférence qu'elles engendrent en ce point. Il ne faudra donc pas s'étonner que les phénomènes de diffraction et d'interférence engendrent des figures qui se ressemblent (présence de franges éventuellement colorées en particulier).

2. La lumière correspond en réalité à la vibration d'une grandeur vectorielle (Cf. le cours d'électromagnétisme). Dans les cas courants, les résultats de la théorie scalaire de la diffraction restent néanmoins utilisables.

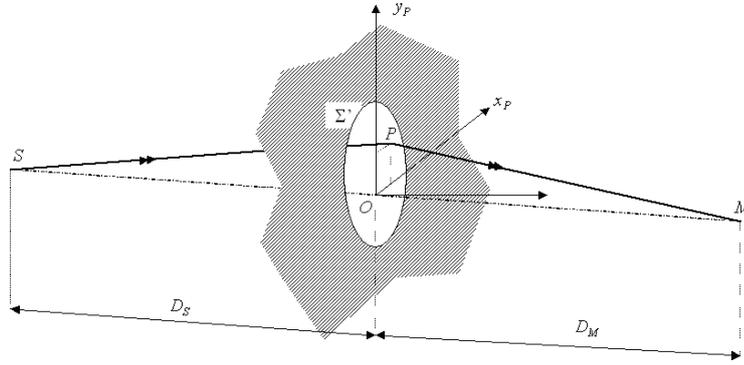


FIGURE 5.7 – Diffraction en optique

ou encore, en utilisant la notation complexe<sup>3</sup> :

$$s(M, t) = \int_{\Sigma'} \frac{A' d\sigma}{g(S, P) h(P, M)} \exp\left(-i\omega t + 2\pi i \frac{L_{SP} + L_{PM}}{\lambda_0}\right) \quad (5.8)$$

Les distances  $D_S$  et  $D_S$  étant grandes devant les dimensions de l'ouverture, les quantités  $g(S, P)$  et  $h(P, M)$  varient peu lorsque le point  $P$  parcourt l'ouverture  $\Sigma'$ . On peut donc écrire :

$$s(M, t) = \frac{A'}{g(S, O) h(O, M)} \int_{\Sigma'} \exp\left(-i\omega t + 2\pi i \frac{L_{SP} + L_{PM}}{\lambda_0}\right) d\sigma \quad (5.9)$$

**Remarque :** Il n'est pas possible d'assimiler  $L_{SP}$  et  $L_{PM}$  à  $L_{SO}$  et  $L_{OM}$  dans le facteur exponentiel. Il suffit en effet que ces quantités varient d'une fraction de longueur d'onde pour que le résultat y soit complètement changé.

Finalement, en prenant en référence un point  $O$  quelconque de l'ouverture  $\Sigma'$ , on écrit :

$$\begin{aligned} s(M, t) &= s_0(M) \exp(-i\omega t) \\ s_0(M) &= K \int_{\Sigma'} \exp\left(i \frac{2\pi\delta(P, M)}{\lambda_0}\right) d\sigma \\ \delta(P, M) &= (L_{SP} + L_{PM}) - (L_{SO} + L_{OM}) \end{aligned} \quad (5.10)$$

3. On notera de la même manière une grandeur et la grandeur complexe associée lorsqu'aucune confusion n'est possible.

où  $K$  est une constante pour toute l'ouverture  $\Sigma'$  et  $\delta(P, M)$  la différence de marche entre le rayon courant SPM et le rayon de référence SOM. C'est sous cette forme que le principe d'Huyghens-Fresnel sera utilisé en optique.

### 5.2.3 Diffraction à l'infini et diffraction à distance finie

On nomme **diffraction à l'infini** ou diffraction de Fraunhofer le phénomène de diffraction observé lorsque la source S et le point M d'observation sont éloignés "à l'infini" de l'ouverture diffractante. Dans ce cas, les rayons incidents tels que SP forment un faisceau de lumière parallèle de même que les rayons diffractés vers M tels que PM.

L'expérience montre toutefois qu'il suffit que l'écran comme la source soient "suffisamment" éloignés de l'ouverture diffractante pour que la figure observée puisse être considérée comme celle d'une diffraction à l'infini. Pour le comprendre, supposons dans un premier temps que l'ouverture soit éclairée par un faisceau de lumière parallèle (source S rejetée à l'infini) et que l'on observe les effets de la diffraction sur un écran situé à une distance  $D$  (figure 5.8).

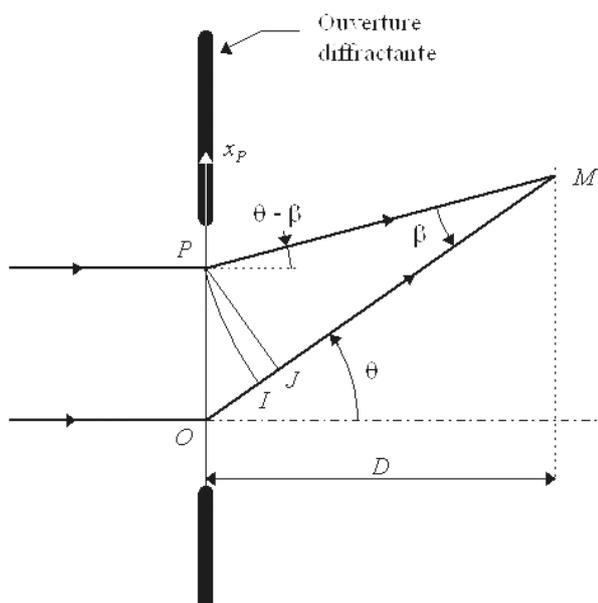


FIGURE 5.8 – Diffraction avec un écran à distance finie

Considérons deux rayons lumineux OM et PM diffractés par l'ouverture et se superposant au point M. On définit le point I sur le rayon OM tel que la distance séparant I de M soit identique à celle séparant P de M. Dans de l'air d'indice 1, la différence de chemin optique entre ces deux rayons est

donc :

$$\delta(P, M) = PM - OM = -OI \quad (5.11)$$

Lorsque la distance  $D$  augmente, Le point I tend vers le point J défini comme le projeté orthogonal de P sur OM. La différence de chemin optique tend alors vers :

$$\delta_{\infty}(P, M) = -OJ = -x_P \sin \theta \quad (5.12)$$

Ainsi,  $\delta$  peut s'écrire en fonction de  $\delta_{\infty}$  grâce à :

$$\delta = \delta_{\infty} + IJ \quad (5.13)$$

Si IJ est très petit devant la longueur d'onde  $\lambda_0$ , la différence de phase  $2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}$  au point M entre une onde provenant du point O et une autre du point P pourra être assimilée à ce qu'elle serait si le point M était à l'infini. Si cette condition est remplie quel que soit le point P considéré dans l'ouverture diffractante, on sera dans les conditions de la diffraction à l'infini. Dans le cas contraire, la figure obtenue correspondra à la diffraction à distance finie ou diffraction de Fresnel.

On peut évaluer la distance IJ en remarquant que  $JM = PM \cos \beta$ . On a donc  $IJ = PM(1 - \cos \beta)$  ou encore :

$$IJ = D \frac{1 - \cos \beta}{\cos(\theta - \beta)} \quad (5.14)$$

Dans le cas courant où les angles  $\theta$  et  $\beta$  sont petits, le premier terme non nul du développement limité de IJ est donc :

$$IJ \approx D \frac{\beta^2}{2} \quad (5.15)$$

Si on nomme  $\alpha$  l'angle sous lequel on voit l'ouverture diffractante depuis le point M, on pourra donc considérer que l'on se trouve dans les conditions de la diffraction à l'infini pour l'écran d'observation si :

$$D \frac{\alpha^2}{2} \ll \lambda_0 \quad (5.16)$$

Dans la pratique, il suffit que la longueur IJ correspondant à deux rayons provenant de deux bords opposés de l'ouverture ne soit jamais plus grande que  $\lambda_0/4$ . Si on note  $a$  une dimension caractéristique de l'ouverture ( $\alpha \approx a/D$ ), **la condition pratique pour observer une figure de diffraction à l'infini** est donc :

$$D > 2 \frac{a^2}{\lambda_0} \quad (5.17)$$

**Remarques :**

- L'analyse précédente peut être reprise en supposant cette fois-ci que la source  $S$  est à distance finie et l'écran à l'infini. La géométrie du problème posé est alors tout à fait symétrique, la source remplaçant le point  $M$ . La condition pratique concernant la distance minimale séparant la source de l'ouverture diffractante sera la même.
- Si l'ouverture est semi-infinie (bord d'un écran par exemple),  $\beta$  n'est plus un angle petit. Il parcourt l'intervalle  $[0, \pi/2]$  et la longueur  $IJ$  vaut au maximum :

$$(IJ)_{\max} = \frac{D}{\cos(\theta - \frac{\pi}{2})} = \frac{D}{\sin \theta} \quad (5.18)$$

**On est toujours dans le cas correspondant à de la diffraction à distance finie.**

Pour terminer ce paragraphe, donnons quelques ordres de grandeur. Considérons un faisceau de lumière parallèle, de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500$  nm, éclairant une fente de largeur  $a = 0,5$  mm. La distance minimale d'observation d'une figure de diffraction à l'infini sera  $D_{\min} = 1$  m. Si la largeur de la fente double,  $D_{\min}$  passe à 4 m !

### 5.2.4 Montage permettant l'observation de la diffraction à l'infini

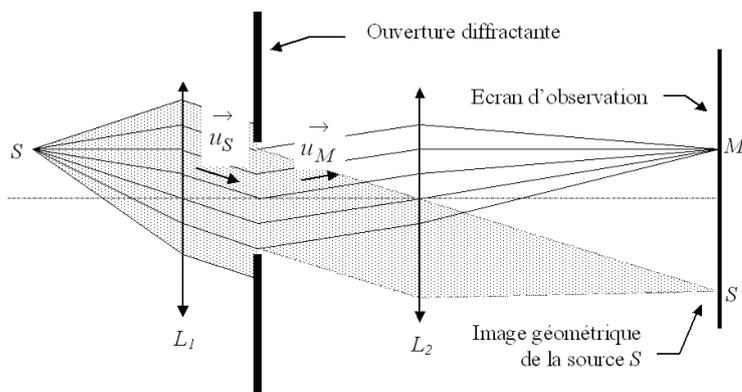


FIGURE 5.9 – Montage permettant l'observation de la diffraction à l'infini

L'analyse précédente montre que les conditions d'observation (distance de la source et de l'écran) d'une figure de diffraction à l'infini dépendent en général des dimensions de l'ouverture diffractante. Pour qu'il n'en soit pas ainsi, on peut utiliser le montage représenté sur la figure 5.9, où  $L_1$  et  $L_2$  sont

deux lentilles convergentes de même axe. En plaçant la source S dans le plan focal objet de  $L_1$  et l'écran d'observation dans le plan focal image de  $L_2$ , on réalise exactement les conditions de la diffraction à l'infini, quelle que soit la forme de l'ouverture diffractante. Celle-ci est éclairée par un faisceau de lumière parallèle dont le vecteur unitaire  $\vec{u}_S$  donne l'orientation. Les rayons qui convergent en M sont ceux qui sortent de l'ouverture dans la direction du vecteur unitaire  $\vec{u}_M$ .

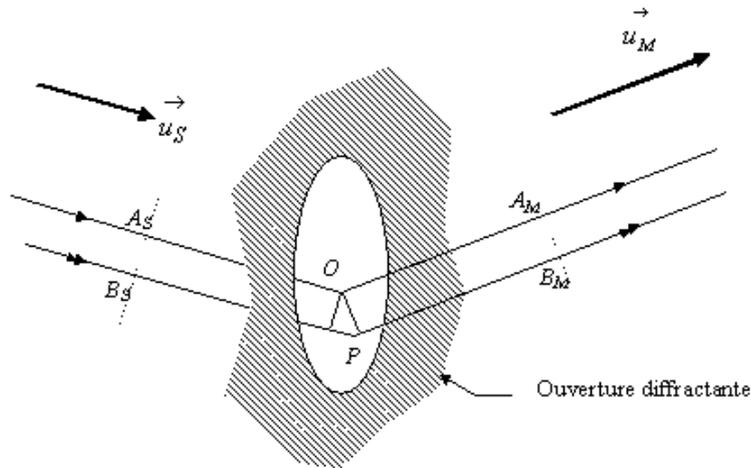


FIGURE 5.10 – Diffraction à l'infini : détermination de la différence de marche

Cherchons alors comment s'exprime la différence de chemin optique  $\delta(P, M)$  entre deux rayons issus de la source S et convergeant en un point M de l'écran, l'un passant par un point O de référence<sup>4</sup> dans l'ouverture et l'autre par le point courant P (figure 5.10). Deux points tels que  $A_S$  et  $B_S$  appartenant à un même plan orthogonal à la direction de  $\vec{u}_S$ , appartiennent d'après le théorème de Malus à un même plan d'onde relativement à la source S. Les chemins optiques séparant S de  $A_S$  et  $B_S$  sont donc égaux et :

$$L_{SP} - L_{SO} = (L_{SB_S} + L_{B_S P}) - (L_{SA_S} + L_{A_S O})$$

$$L_{SP} - L_{SO} = (L_{B_S P} - L_{A_S O}) = \vec{OP} \cdot \vec{u}_S \quad (5.19)$$

En raisonnant de la même manière, deux points tels que  $A_M$  et  $B_M$  appartenant à un même plan orthogonal à la direction de  $\vec{u}_M$ , appartiennent d'après le théorème de Malus à un même plan d'onde relativement à une source fictive placée en M. Les chemins optiques séparant M de  $A_M$  et  $B_M$  sont donc égaux et :

4. Comme nous le verrons au § 5.4.3, le choix de ce point de référence n'a aucune influence sur le résultat final.

$$L_{\text{PM}} - L_{\text{OM}} = -\overrightarrow{\text{OP}} \cdot \overrightarrow{u_M} \quad (5.20)$$

Finalement, la différence de marche recherchée s'écrit donc <sup>5</sup> :

$$\delta(\text{P}, \text{M}) = (L_{\text{SP}} + L_{\text{PM}}) - (L_{\text{SO}} + L_{\text{OM}}) = -\overrightarrow{\text{OP}} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}) \quad (5.21)$$

Enfin, le principe d'Huyghens-Fresnel s'écrira pour un problème de diffraction à l'infini d'une onde lumineuse :

$$\begin{aligned} s(M, t) &= s_0(M) \exp(-i\omega t) \\ s_0(M) &= K \int_{\Sigma'} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{\text{OP}} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S})\right) d\sigma \end{aligned} \quad (5.22)$$

### Remarques :

- Si la surface  $\Sigma'$  correspond à un plan infini (ouverture infinie), il n'y a pas de phénomène de diffraction. L'éclairement de l'écran est donc nul partout sauf au niveau de l'image géométrique  $S'$ . On en déduit que la quantité :

$$\int_{\text{plan infini}} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{\text{OP}} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S})\right) d\sigma \quad (5.23)$$

est toujours nulle sauf si  $\overrightarrow{u_M} = \overrightarrow{u_S}$ . En utilisant les coordonnées cartésiennes, on peut montrer de la même manière que :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ikx) dx \quad (5.24)$$

est toujours nulle sauf si  $k = 0$ .

- L'amplitude de la vibration lumineuse  $s_0(M)$  dépend de la position du point M par l'intermédiaire de la quantité  $\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}$ . L'examen de la figure 5.9 montre que cette différence  $\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}$  caractérise la position relative de M par rapport à l'image géométrique  $S'$  de la source S. Autrement dit :

---

5. Il est intéressant de remarquer que, pour tout point P, cette différence de marche est nulle lorsque le point M est confondu avec l'image géométrique  $S'$  de la source S (figure 5.9).

*Si l'image géométrique se déplace, la figure de diffraction à l'infini observée sur l'écran se déplace globalement avec elle sans autre changement.*

- Si on réalise effectivement une expérience de diffraction, on observera sur l'écran des variations proportionnelles à ce que nous avons nommé l'éclairement  $E = s_0 s_0^*$ .
- Les lentilles  $L_1$  et  $L_2$  imposant l'utilisation de rayons paraxiaux, on peut exprimer simplement les coordonnées du point M en fonction de celles de  $\vec{u}_S - \vec{u}_M$  et de la distance focale  $f'_2$  de  $L_2$ . Si dans le repère direct  $Ox_P, y_P, z$ , les vecteurs unitaires  $\vec{u}_S$  et  $\vec{u}_M$  ont pour coordonnées :

$$\vec{u}_S \begin{bmatrix} \alpha_S \\ \beta_S \\ \gamma_S \end{bmatrix} \quad \vec{u}_M \begin{bmatrix} \alpha_M \\ \beta_M \\ \gamma_M \end{bmatrix}$$

et :

$$\begin{bmatrix} x_M - x_S \\ y_M - y_S \end{bmatrix} = f'_2 \begin{bmatrix} \alpha_M - \alpha_S \\ \beta_M - \beta_S \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

### 5.3 Diffraction à l'infini par une ouverture parfaitement transparente

Nous étudions dans cette partie les figures de diffraction engendrées par des ouvertures parfaitement transparentes (trous) réalisées dans des écrans parfaitement opaques. Les conditions expérimentales correspondent au montage de la figure 5.9.

#### 5.3.1 Diffraction par une ouverture rectangulaire

Le calcul des figures de diffraction engendrées par une ouverture quelconque ne conduit généralement pas à une solution analytique simple. L'ouverture rectangulaire présente le double avantage d'engendrer des calculs pas trop complexes et de permettre une vérification expérimentale aisée.

#### Calcul de l'amplitude diffractée

L'ouverture diffractante  $\Sigma'$  correspond ici à un rectangle transparent de largeur  $b$  et de hauteur  $h$  (figure 5.11). Nous choisisons pour point de référence le centre O de ce rectangle. Le plan  $Ox_P, y_P$  contient  $\Sigma'$ . Dans le repère direct  $Ox_P, y_P, z$ , les vecteurs unitaires  $\vec{u}_S$  et  $\vec{u}_M$  ont pour coordonnées :

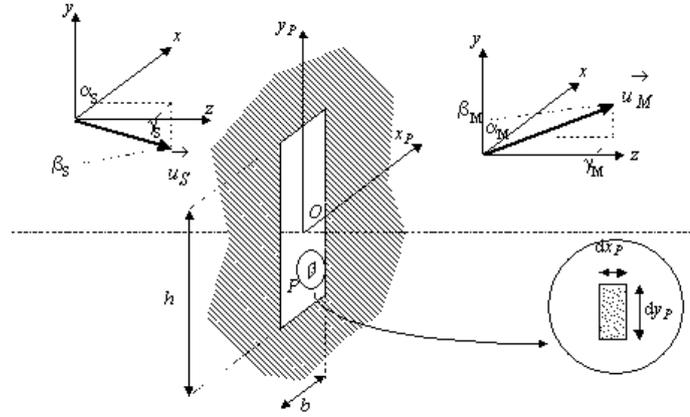


FIGURE 5.11 – Ouverture rectangulaire : notations

$$\vec{u}_S \begin{bmatrix} \alpha_S \\ \beta_S \\ \gamma_S \end{bmatrix} \quad \vec{u}_M \begin{bmatrix} \alpha_M \\ \beta_M \\ \gamma_M \end{bmatrix}$$

Avec ces notations, l'amplitude  $s_0(M)$  de l'onde diffractée à l'infini en  $M$  s'écrit :

$$s_0(M) = K \int_{\Sigma'} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} [x_P (\alpha_M - \alpha_S) + y_P (\beta_M - \beta_S)]\right) d\sigma \quad (5.26)$$

ou encore :

$$I_1 = \int_{x_P = -\frac{b}{2}}^{x_P = +\frac{b}{2}} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} x_P (\alpha_M - \alpha_S)\right) dx_P$$

$$I_2 = \int_{y_P = -\frac{h}{2}}^{y_P = +\frac{h}{2}} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} y_P (\beta_M - \beta_S)\right) dy_P$$

$$s_0(M) = K I_1 I_2 \quad (5.27)$$

Chacune des deux intégrales  $I_1$  et  $I_2$  se calcule facilement. Par exemple :

$$I_1 = b \frac{\sin u}{u} \quad \text{avec} \quad u = \frac{\pi b}{\lambda_0} (\alpha_M - \alpha_S) \quad (5.28)$$

$s_0(M)$  s'écrira donc :

$$s_0(M) = Kbh \frac{\sin u}{u} \frac{\sin v}{v} \quad \text{avec} \quad u = \frac{\pi b}{\lambda_0} (\alpha_M - \alpha_S) \quad \text{et} \quad v = \frac{\pi h}{\lambda_0} (\beta_M - \beta_S) \quad (5.29)$$

L'amplitude de la vibration totale reçue en M est réelle ce qui signifie qu'elle est en phase avec celle émise par la source S. L'éclairement au point M sera donc simplement  $E(M) = s_0^2(M)$ .

### Figure de diffraction d'une fente fine

Une fente fine est une fente très allongée pour laquelle  $h \gg b$ . Typiquement,  $h$  est de l'ordre de quelques centimètres alors que  $b$  est de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre.

Prenons par exemple  $h = 5$  cm,  $b = 0,5$  mm et  $\lambda_0 = 500$  nm. Le premier zéro de la fonction  $\sin(u)/u$  sera obtenu pour  $(\alpha_M - \alpha_S) = 10^{-3}$  rad alors que le premier zéro de la fonction  $\sin(v)/v$  sera obtenu pour  $(\beta_M - \beta_S) = 10^{-5}$  rad soit une valeur cent fois plus petite que la précédente. Dans ces conditions, on peut considérer que la fonction  $\sin(v)/v$  est nulle dès que  $(\beta_M - \beta_S) \neq 0$ . On a alors :

$$\begin{aligned} & \text{Si } (\beta_M - \beta_S) \neq 0 \quad s_0(M) = 0 \\ \text{Si } (\beta_M - \beta_S) = 0 \quad s_0(M) &= Kbh \frac{\sin u}{u} \quad \text{avec} \quad u = \frac{\pi b}{\lambda_0} (\alpha_M - \alpha_S) \quad (5.30) \end{aligned}$$

Les variations de l'éclairement  $E(M) = s_0^2$  de l'écran sont représentées, lorsque  $(\beta_M - \beta_S) = 0$ , sur la figure 5.12. Les caractéristiques importantes de cette fonction sont les suivantes :

- L'éclairement maximal coïncide avec la position de l'image géométrique. Ce résultat est tout à fait général. Il est dû au fait que tous les rayons convergeant vers S' sont en phase ( $\delta(P, S') = 0$  pour tout point P de l'ouverture, voir note au bas de la page 124).
- Il existe autour de S' ( $u = 0$ ) une tache de lumière qui concentre la plus grande partie de l'énergie lumineuse arrivant sur l'écran. Les bords de cette tache que l'on qualifie de centrale correspondent à  $u = \pi$ . Elle est donc d'autant plus large que la fente diffractante est étroite<sup>6</sup>. Pour

6. On peut retrouver facilement la largeur de cette tache centrale en remarquant que la différence de marche entre deux rayons provenant de chacun des deux bords de la fente

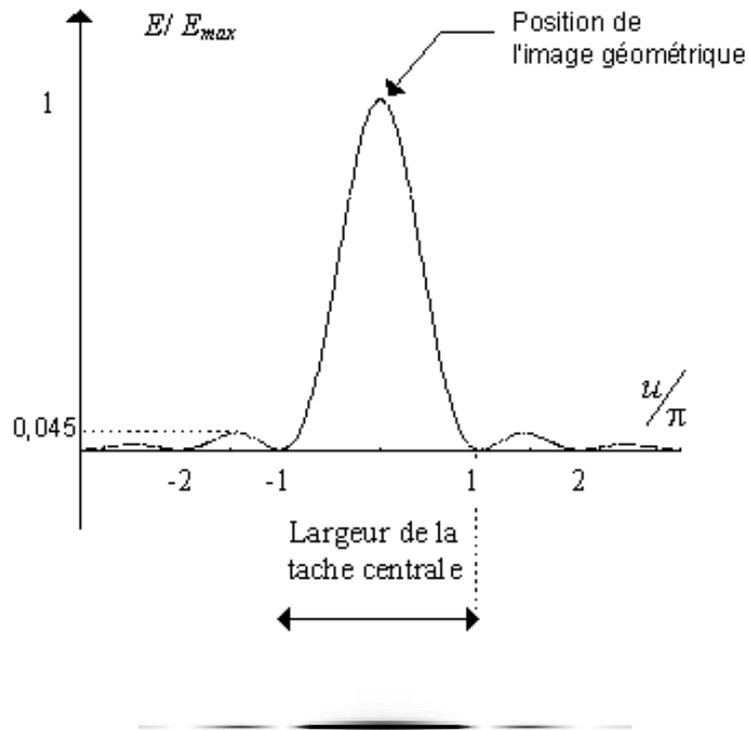


FIGURE 5.12 – Diffraction par une fente fine

fixer les idées, imaginons une expérience de diffraction réalisée avec une fente de largeur  $b = 0,5$  mm et une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 500$  nm. La largeur angulaire de la tache centrale sera  $\Delta\alpha = 2\lambda_0/b = 2 \cdot 10^{-3}$  rad. Si on utilise une lentille de projection  $L_2$  de distance focale  $f'_2 = 500$  mm, on obtiendra une tache centrale de largeur  $l = f'_2 \Delta\alpha = 1$  mm. En passant à une fente de largeur  $b = 0,1$  mm, la largeur de la tache centrale passe à  $l = 5$  mm. Il faut donc utiliser des fentes très étroites pour obtenir un phénomène facilement observable.

- La tache centrale est entourée de multiples taches secondaires deux fois plus étroites. Ces taches secondaires correspondent à une énergie lumineuse beaucoup plus faible. La plus lumineuse d'entre elles présente un maximum qui ne correspond qu'à 4,5 % de l'éclairement au niveau de l'image géométrique. La position des centres des taches secondaires ( $u = (2k + 1)\pi/2$ ) dépend de la longueur d'onde de la lumière utilisée

---

vaut exactement  $\lambda_0$  pour le point M correspondant au premier minimum nul ( $u = \pm\pi$ ).

ce qui n'est pas le cas de la tache centrale.

- Entre chaque tache, l'éclairement passe par un minimum nul ( $u = k\pi$ ). La position de ces minima dépend de la longueur d'onde de la lumière utilisée.

**Figure de diffraction d'une ouverture rectangulaire quelconque**

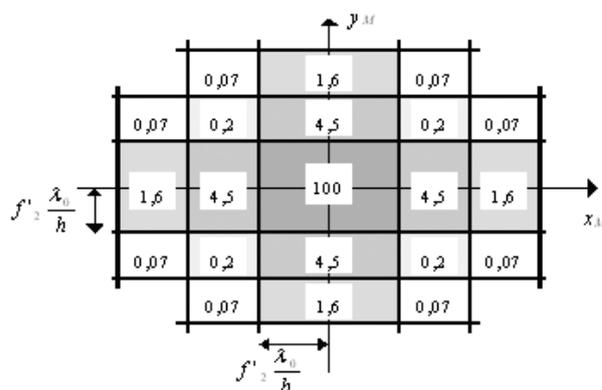


FIGURE 5.13 – Diffraction par une fente rectangulaire

Dans le cas d'une ouverture rectangulaire quelconque, l'éclairement de l'écran est une fonction de  $x_M$  et de  $y_M$ . On a représenté sur la figure 5.13 la structure de la tache de diffraction obtenue sur l'écran (dans le cas où l'image géométrique  $S'$  de la source est à l'origine des coordonnées de l'écran d'observation). Les traits noirs représentent les axes des zones non éclairées. Ils délimitent des pavés de lumière dont l'éclairement maximal est indiqué au centre, l'éclairement 100 étant arbitrairement attribué à l'image géométrique.

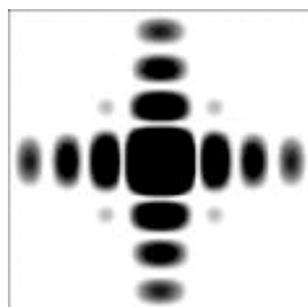


FIGURE 5.14 – Diffraction par une fente carrée

On peut observer qu'en dehors des deux axes  $x_M = 0$  et  $y_M = 0$ , l'é-

clairement est très faible ( $< 0,2$  soit plus de 500 fois plus petit que celui de l'image géométrique). Dans la pratique, il est très difficile de distinguer la structure de la figure de diffraction ailleurs que sur les axes. Cette figure apparaît donc essentiellement sous forme d'une croix dont les branches sont orthogonales (figure 5.14).

### 5.3.2 Diffraction par une ouverture circulaire

Considérons le cas d'une ouverture circulaire de diamètre  $\phi$  éclairée par un faisceau de lumière parallèle en incidence normale (figure 5.15). On a donc  $\alpha_S = \beta_S = 0$ . L'étude théorique de cette géométrie est possible<sup>7</sup>. Nous nous contenterons d'en donner les principaux résultats :

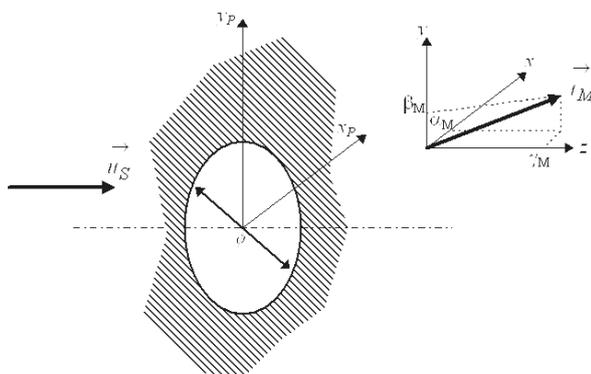


FIGURE 5.15 – Diffraction en incidence normale par une ouverture circulaire.

- En premier lieu, l'ensemble du système ayant une symétrie de révolution autour de l'axe  $SS'$ , il est facile de prévoir que cette symétrie se retrouvera sur la figure de diffraction observée sur l'écran. Les variations de l'éclairement de l'écran sont représentées sur la figure 5.16.
- On observe une zone centrale centrée sur l'image géométrique et contenant la plus grande partie de l'énergie lumineuse reçue. Elle forme une tache de forme circulaire appelée tache d'Airy. Elle est limitée par une circonférence d'éclairement nul et de rayon angulaire  $1,22 \frac{\lambda_0}{\phi}$ <sup>8</sup>

7. Mais hors programme.

8. Le coefficient 1,22 peut se justifier qualitativement en remarquant qu'une ouverture circulaire de diamètre  $\phi$  contient un carré de côté  $\frac{\phi}{\sqrt{2}}$  (carré inscrit) et est contenue dans un carré de côté  $\phi$  (carré circonscrit). Ces carrés engendrent des figures de diffraction dont la  $\frac{1}{2}$  largeur angulaire est pour le premier  $\sqrt{2} \frac{\lambda_0}{\phi}$  et pour le second  $\frac{\lambda_0}{\phi}$ . On a bien  $1 < 1,22 < \sqrt{2}$ .

- La tache centrale est entourée de multiples anneaux lumineux secondaires correspondant à une énergie beaucoup plus faible et décroissante au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la figure. Le plus lumineux d'entre eux est le premier anneau entourant la tache d'Airy (c'est le seul que l'on voit sur la figure 5.16). Le maximum de l'éclairement n'y vaut que 1,8 % de l'éclairement obtenu au niveau de l'image géométrique. Les anneaux secondaires ne sont pas tout à fait équidistants.

On retiendra surtout que la figure de diffraction obtenue présente une symétrie de révolution et que les variations de l'éclairement comptées le long d'un rayon sont qualitativement assez semblables à celles obtenues avec une fente.

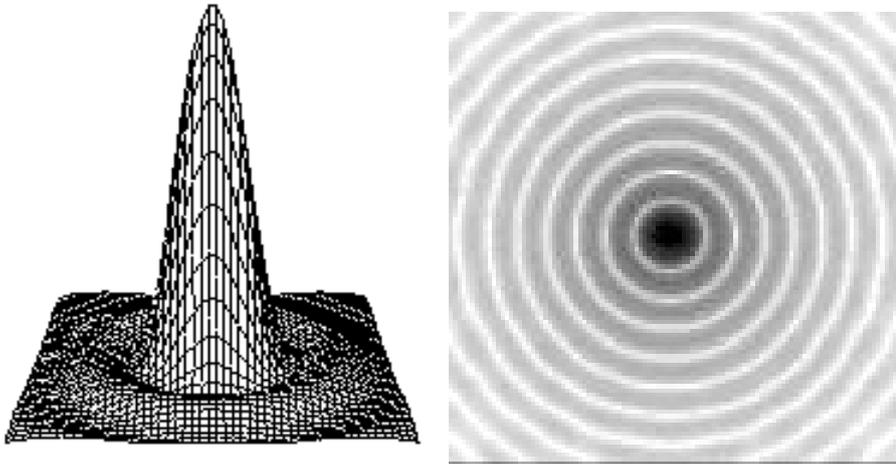


FIGURE 5.16 – Figure de diffraction par une ouverture circulaire.

## 5.4 Diffraction à l'infini par un objet quelconque

### 5.4.1 Transmittance d'un écran

Jusqu'à présent les dispositifs diffractants considérés agissent en "tout ou rien" en ce sens qu'une partie de leur surface absorbe totalement la vibration incidente et une autre est parfaitement transparente. On peut pourtant imaginer des dispositifs plus complexes où l'amplitude de la vibration incidente est "modifiée" par l'ouverture. C'est le cas par exemple d'un écran dont la transparence ne serait pas uniforme, certaines parties absorbant plus les vibrations que d'autres.

Imaginons par exemple le cas d'une lame de verre mince ne laissant passer qu'une fraction  $t < 1$  de la vibration incidente (figure 5.17).

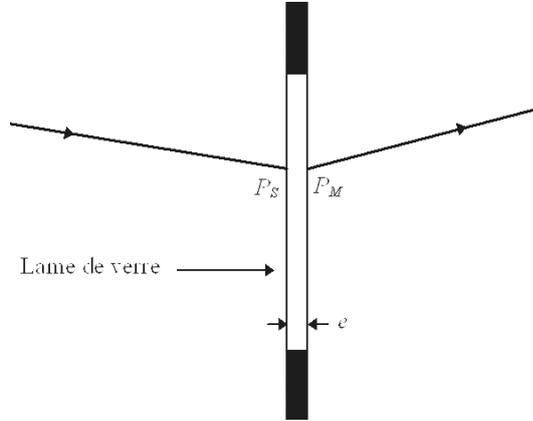


FIGURE 5.17 – Transmittance d'un lame de verre.

Le verre ayant une certaine épaisseur, son effet ne sera pas uniquement de diminuer l'amplitude de la vibration en la multipliant par  $t$ . Il provoquera également une modification  $\Delta\varphi$  de la phase de la vibration sur sa face de sortie par rapport à ce qu'elle était sur sa face d'entrée. Ainsi, si on exprime la vibration lumineuse au point  $P_M$  de la face de sortie de la lame de verre en fonction de ce qu'elle est au point  $P_S$  correspondant de la face d'entrée, on aura si les rayons sont peu inclinés :

$$s_0(M) = te^{i\Delta\varphi} \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} ne \quad (5.31)$$

Par définition, on nommera transmittance au point P la quantité :

$$\underline{t}(P) = \frac{s_0(P_M)}{s_0(P_S)} \quad (5.32)$$

Comme on vient de le voir, la transmittance est en général une grandeur complexe, traduisant ainsi non seulement une diminution de l'amplitude due à une absorption partielle mais aussi une variation de phase. Dans le cas général, la transmittance n'est pas uniforme et dépend du point P considéré sur l'ouverture diffractante.

On admettra que l'utilisation d'une ouverture de ce type dans un problème de diffraction revient simplement à multiplier par la transmittance l'amplitude de la vibration émise par le point P vers le point M. Ainsi, pour un problème de diffraction à l'infini, on aura avec les mêmes notations qu'au § 5.2.4 :

$$s_0(M) = K \int_{\Sigma'} \underline{t}(P) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{u}_M - \overrightarrow{u}_S)\right) d\sigma \quad (5.33)$$

**Remarques :**

- On peut remplacer la partie  $\Sigma'$  de la surface fermée  $\Sigma$  par la surface  $\Sigma$  complète en remarquant que la transmittance est nulle sur la partie totalement opaque.
- Le résultat établi au § 5.2.4 reste valide pour une ouverture de transmittance quelconque : si l'image géométrique se déplace, la figure de diffraction à l'infini observée sur l'écran se déplace globalement avec elle sans autre changement.

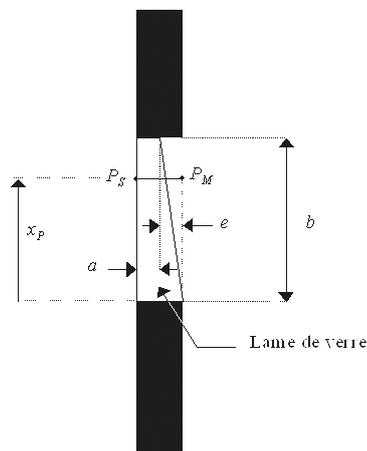


FIGURE 5.18 – Transmittance d'un prisme de petit angle.

A titre d'exemple, envisageons le cas d'une ouverture rectangulaire très allongée et de largeur  $a$  dont la section correspondrait au schéma de la figure 5.18. Cette section est fermée par une lame de verre prismatique parfaitement transparente et d'indice  $n$ . Pour déterminer la figure de diffraction engendrée par cette ouverture, commençons par déterminer la transmittance au point P :

$$\underline{t}(P) = \frac{s_0(P_M)}{s_0(P_S)} \quad (5.34)$$

Le verre étant supposé parfaitement transparent, son effet sera uniquement de provoquer un déphasage variable suivant le point P considéré. L'épaisseur traversée valant pour le verre (indice  $n$ )  $a + (b - x_P) \frac{e}{b}$  et pour l'air (indice 1)  $x_P \frac{e}{b}$ , on en déduit l'expression de la transmittance :

$$\underline{t}(P) = e^{i\Delta\varphi} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} x_P \frac{e}{b} + \frac{2\pi}{\lambda_0} n \left( a + (b - x_P) \frac{e}{b} \right) \quad (5.35)$$

L'ouverture étant très allongée, les effets de la diffraction ne seront sensibles que dans la direction  $Ox$ . On a donc :

$$\begin{aligned} & \text{si } \beta_M \neq \beta_S \quad s_0(M) = 0 \\ \text{si } \beta_M = \beta_S \quad & s_0(M) = K e^{i\frac{2\pi}{\lambda_0} n(a+e)} \int_{x_P=0}^{x_P=b} e^{-i\frac{2\pi x_P}{\lambda_0} [(\alpha_M - \alpha_S) + (n-1)\frac{e}{b}]} dx_P \end{aligned} \quad (5.36)$$

Le calcul de l'éclairement  $E$  donne donc :

$$\begin{aligned} & \text{si } \beta_M \neq \beta_S \quad E(M) = 0 \\ \text{si } \beta_M = \beta_S \quad & E(M) = E_{\max} \frac{\sin u}{u} \\ & \text{avec } u = \frac{\pi b}{\lambda_0} \left[ (\alpha_M - \alpha_S) + (n-1) \frac{e}{b} \right] \end{aligned} \quad (5.37)$$

On obtient donc une figure de diffraction identique à celle d'une fente fine mais globalement déviée d'un angle  $D$  :

$$D = (n-1) \frac{e}{b} \quad (5.38)$$

Ce dernier résultat s'interprète facilement si l'on voit que, lorsque  $e \ll b$ ,  $\frac{e}{b}$  représente l'angle  $A$  au sommet du prisme en verre, et si l'on sait qu'un prisme de petit angle au sommet  $A$  provoque, d'après les lois de l'optique géométrique, une déviation  $D = (n-1)A$ . La figure de diffraction reste donc bien centrée sur l'image géométrique.

#### 5.4.2 Figure de diffraction et transformée de Fourier

Considérons le cas d'une ouverture diffractante dont la transmittance ne dépende que d'une seule coordonnée :  $\underline{t}(P) = \underline{t}(x_P)$ . Une telle ouverture ne peut provoquer un phénomène de diffraction que dans la direction  $Ox$ . L'amplitude diffractée pour  $\beta_M = \beta_S$  s'écrira donc :

$$s_0(M) = K' \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x_P) e^{-i\frac{2\pi x_P}{\lambda_0} (\alpha_M - \alpha_S)} dx_P \quad (5.39)$$

Si on note  $\nu_x$  la quantité  $\nu_x = \frac{(\alpha_M - \alpha_S)}{\lambda_0}$ , il apparaît que l'amplitude est une fonction de  $\nu_x$  et s'écrit :

$$s_0(\nu_x) = K' \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x_P) e^{-i2\pi\nu_x x_P} dx_P \quad (5.40)$$

Supposons maintenant que la transmittance soit une fonction réelle et sinusoïdale de  $x_P$ . Par exemple :

$$\underline{t}(x_P) = \frac{1 + \sin\left(2\pi\frac{x_P}{l}\right)}{2} \quad (5.41)$$

On remarquera que  $l$  représente la période spatiale de la transmittance. On peut alors mettre l'amplitude sous la forme :

$$s_0(\nu_x) = \frac{K'}{2} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi\nu_x x_P} dx_P + \frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi\left(\nu_x + \frac{1}{l}\right)x_P} dx_P - \frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi\left(\nu_x - \frac{1}{l}\right)x_P} dx_P \right] \quad (5.42)$$

Chacune de ces trois intégrales est non nulle que si l'exposant de l'exponentielle est nul. On en déduit que  $s_0$  est non nulle que si  $\nu_x$  vaut 0 ou  $\pm\frac{1}{l}$ .

Puisque  $l$  est la période spatiale de la transmittance, on nomme fréquence spatiale la quantité  $\nu = \frac{1}{l}$ . Ainsi, l'amplitude diffractée n'est non nulle que si la grandeur qu'on a notée  $\nu_x$  est égale soit à zéro, soit à la fréquence spatiale de la transmittance (au signe près)<sup>9</sup>. On observe donc sur l'écran trois points lumineux correspondant aux abscisses (comptées à partir de l'image géométrique)  $x_M = -f_2'\lambda_0\nu$ , 0,  $f_2'\lambda_0\nu$  (figure 5.19).

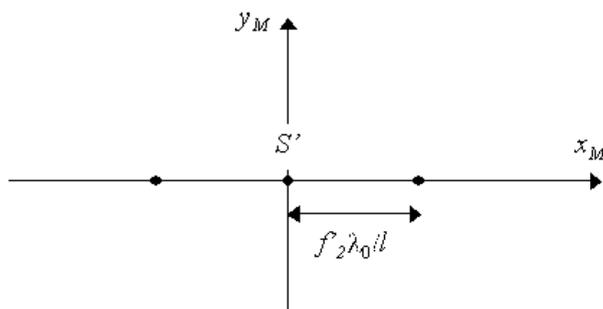


FIGURE 5.19 – Diffraction par un écran de transmittance sinusoïdale.

Supposons maintenant que la transmittance soit une fonction périodique de  $x_P$ . On sait qu'elle peut alors se mettre sous la forme d'une série de Fourier, c'est à dire sous la forme d'une somme de fonctions sinusoïdales de  $x_P$ , chacune étant caractérisée par une fréquence spatiale  $\nu_i$  et une amplitude  $\underline{t}_i$  généralement complexe. L'amplitude diffractée étant liée linéairement à la

9. Voir la première remarque page 124

transmittance, est simplement la somme des amplitudes diffractées correspondant à chaque transmittance sinusoïdale. On observe donc sur l'écran et de chaque côté de l'image géométrique autant de points lumineux qu'il y a de fonctions sinusoïdales composant la transmittance. L'abscisse de chacun de ces points est proportionnelle à la fréquence spatiale correspondante. On admettra que l'éclairement  $y$  est proportionnel à  $\underline{t}_i^2$ .

Si maintenant la transmittance est une fonction quelconque de  $x_P$ , on admettra que le raisonnement précédent reste valable, les composantes sinusoïdales de la transmittance formant alors un spectre continu en fréquence. Autrement dit, la diffraction à l'infini permet de visualiser sur l'écran le résultat de l'analyse spectrale de la transmittance.

La transformation mathématique qui associe à la fonction  $\underline{t}(x_P)$  la fonction :

$$F(\nu_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x_P) e^{-i2\pi\nu_x x_P} dx_P \quad (5.43)$$

se nomme transformée de Fourier à une dimension. Elle se généralise pour une fonction à deux variables  $\underline{t}(x_P, y_P)$  sous la forme :

$$F(\nu_x, \nu_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x_P, y_P) e^{-i2\pi(\nu_x x_P + \nu_y y_P)} dx_P dy_P \quad (5.44)$$

Un des intérêts de la transformée de Fourier est que l'on peut recomposer la fonction initiale à partir de sa décomposition spectrale :

$$\underline{t}(x_P, y_P) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu_x, \nu_y) e^{+i2\pi(\nu_x x_P + \nu_y y_P)} d\nu_x d\nu_y \quad (5.45)$$

L'amplitude diffractée à l'infini par une ouverture de transmittance  $\underline{t}(x_P, y_P)$  est donc, à un facteur constant multiplicatif près, la transformée de Fourier de la transmittance. Pour cette raison, on nomme **plan de Fourier** le plan où se situe l'écran d'observation.

On retiendra surtout que :

*La figure de diffraction à l'infini d'une ouverture quelconque permet de connaître la composition spectrale de la transmittance de cette ouverture. Plus ce spectre contiendra des fréquences élevées, plus la figure de diffraction sera étalée.*

### 5.4.3 Influence d'une transformation géométrique de la transmittance

Nous allons voir dans ce paragraphe comment certaines transformations géométriques simples de l'ouverture diffractante se répercutent sur la figure de diffraction. Nous supposons que ces transformations laissent l'ouverture localisée entre les deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  et que la totalité de sa surface reste éclairée par le faisceau en provenance de la source lumineuse  $S$ . On notera  $\Sigma$  le plan infini contenant les différentes ouvertures.

#### Influence d'une translation

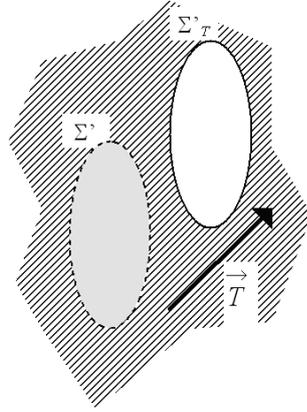


FIGURE 5.20 – Translation de l'ouverture diffractante

Commençons par supposer que l'ouverture diffractante subisse une translation de vecteur  $\vec{T}$  (figure 5.20). Notons  $\underline{t}$  et  $\underline{t}_T$  la transmittance avant et après transformation et  $s_{0,T}$  l'amplitude diffractée sur l'écran par l'ouverture  $\Sigma'_T$  ayant subi la translation :

$$s_{0,T}(M) = K \int_{\Sigma} \underline{t}_T(P) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_M - \vec{u}_S)\right) dx_P dy_P \quad (5.46)$$

En remarquant que :

$$\underline{t}_T(P) = \underline{t}(P') \Leftrightarrow \vec{OP} = \vec{OP}' + \vec{T} \Rightarrow \begin{cases} dx_P = dx_{P'} \\ dy_P = dy_{P'} \end{cases} \quad (5.47)$$

On obtient :

$$s_{0,T}(M) = e^{-i\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{T} \cdot (\vec{u}_M - \vec{u}_S)} s_0(M) \quad (5.48)$$

où  $s_0(M)$  est l'amplitude diffractée par l'ouverture  $\Sigma'$  avant translation<sup>10</sup>. La figure de diffraction observée sur l'écran dépendant de l'éclairement  $E = s_0 s_0^*$ , **une translation de l'ouverture diffractante ne modifie pas la figure de diffraction à l'infini.**

### Influence d'une homothétie

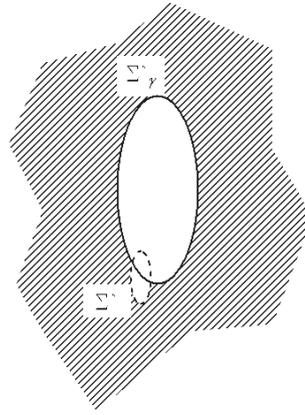


FIGURE 5.21 – Homothétie de l'ouverture diffractante

Supposons maintenant que l'ouverture subisse une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $\gamma$  (figure 5.21). Notons  $\underline{t}$  et  $\underline{t}_\gamma$  la transmittance avant et après la transformation et  $s_{0,\gamma}$  l'amplitude diffractée sur l'écran par l'ouverture  $\Sigma'_\gamma$  ayant subi l'homothétie :

$$s_{0,\gamma}(M) = K \int_{\Sigma} \underline{t}_\gamma(P) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_M - \vec{u}_S)\right) dx_P dy_P \quad (5.49)$$

En remarquant que :

$$\underline{t}_\gamma(P) = \underline{t}(P') \Leftrightarrow \vec{OP} = \gamma \vec{OP}' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} dx_P = \gamma dx_{P'} \\ dy_P = \gamma dy_{P'} \end{array} \right\} \quad (5.50)$$

On obtient :

<sup>10</sup>. Cette relation sera particulièrement utile pour traiter le problème des trous d'Young (cf. § 5.6).

$$s_{0,\gamma}(M) = \gamma^2 K \int_{\Sigma} t_{\gamma}(P') \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP'} \cdot \gamma(\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S})\right) dx_P dy_P, \quad (5.51)$$

Définissons le point  $M'$  sur l'écran tel que  $(\overrightarrow{u_{M'}} - \overrightarrow{u_S}) = \gamma(\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S})$ . Tant que l'on reste dans les conditions de Gauss, ce point  $M'$  s'obtient à partir de  $M$  par une homothétie de centre  $S'$  (image de  $S$ ) et de rapport  $\gamma$ . On a donc :

$$s_{0,\gamma}(M) = \gamma^2 s_0(M') \quad (5.52)$$

où  $s_0(M')$  est l'amplitude diffractée par l'ouverture  $\Sigma'$  avant transformation. La figure de diffraction observée sur l'écran dépendant de l'éclairement  $E = s_0 s_0^*$ ,

*une homothétie de rapport  $\gamma$  de l'ouverture diffractante modifie la figure de diffraction en lui faisant subir une homothétie de centre  $S'$  et de rapport  $1/\gamma$ . L'éclairement en deux points correspondants des figures avant et après transformation est multipliée par  $\gamma^4$ .*

**Remarques :**

- Le passage du point  $M'$  au point  $M$  correspond à une homothétie de rapport  $1/\gamma$ .
- Le centre  $O$  de l'homothétie de l'ouverture diffractante ne joue aucun rôle sur la modification observée de la figure de diffraction. Ceci est une conséquence du résultat précédent concernant l'effet d'une translation.

**Influence d'une rotation**

Supposons enfin que l'ouverture subisse une rotation de centre  $O$  et d'angle  $\alpha$  (figure 5.22). Sachant que la figure de diffraction suit l'image géométrique  $S'$  de la source  $S$ , on peut choisir, sans restreindre la généralité de l'étude, de positionner  $S$  (et donc  $S'$ ) sur l'axe des deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ .

Comme pour le cas précédent, on peut prévoir que le centre  $O$  de la rotation ne jouera aucun rôle. On peut donc se contenter d'étudier l'effet d'une rotation d'angle  $\alpha$  dont le centre  $O$  soit sur l'axe  $SS'$  des deux lentilles.

Dans ces conditions, si l'on supprime l'ouverture diffractante, le système présente une symétrie de révolution parfaite autour de l'axe  $SS'$ . En invoquant le principe de Curie, on peut alors affirmer que, les symétries de l'ouverture diffractante devant se retrouver dans la figure de diffraction,

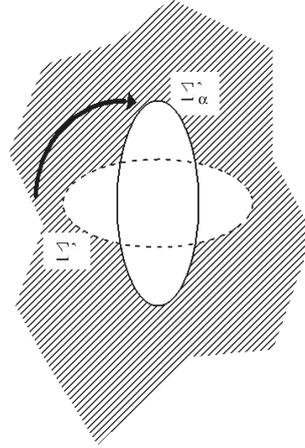


FIGURE 5.22 – Rotation de l'ouverture diffractante

*la rotation de  $S'$  entraîne une rotation identique de la figure de diffraction autour de  $S'$ .*

#### 5.4.4 Théorème des écrans complémentaires

Soit  $\Sigma$  le plan infini contenant l'ouverture diffractante. Nous avons déjà montré page 124 que la quantité :

$$\int_{\Sigma} \exp \left( -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}) \right) d\sigma \quad (5.53)$$

est nulle sauf si  $\overrightarrow{u_M} = \overrightarrow{u_S}$ . Considérons alors deux ouvertures  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  de transmittance  $t_1$  et  $t_2$  telles que  $t_1 = 1 - t_2$ . On dit alors que ces deux ouvertures sont complémentaires. L'amplitude diffractée à l'infini par  $\Sigma_1$  s'écrit :

$$s_{0,1}(M) = K \int_{\Sigma} t_1(P) \exp \left( -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}) \right) d\sigma \quad (5.54)$$

et par  $\Sigma_2$  :

$$s_{0,2}(M) = K \int_{\Sigma} t_2(P) \exp \left( -i \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{u_M} - \overrightarrow{u_S}) \right) d\sigma \quad (5.55)$$

On en déduit donc que la quantité  $s_{0,1}(M) + s_{0,2}(M)$  est toujours nulle sauf si  $\overrightarrow{u_M} = \overrightarrow{u_S}$ . Autrement dit, les amplitudes diffractées sont opposées partout sauf au niveau de l'image géométrique. Les éclaircements  $E_1 = s_{0,1} s_{0,1}^*$  et  $E_2 = s_{0,2} s_{0,2}^*$  sont donc égaux partout sauf au niveau de l'image géométrique. C'est le théorème des écrans complémentaires ou théorème de Babinet :

*Les figures de diffractions à l'infini engendrées par deux écrans complémentaires sont partout identiques en dehors de l'image géométrique.*

Exemple : L'écran complémentaire d'une fente fine de largeur  $b$  est une bande allongée opaque de même largeur. En plaçant cette bande dans un montage de diffraction, on obtient effectivement un éclairage comme celui représenté sur la figure 5.12 sauf au niveau de l'image géométrique où l'éclairage est beaucoup plus intense<sup>11</sup>.

## 5.5 Rôle de la diffraction à l'infini dans la formation des images

### 5.5.1 Projection de image d'un objet à l'aide d'une lentille

Reprenons le montage théorique de diffraction schématisé sur la figure 5.9. Les résultats établis au § 5.2.4 montrent que la distance séparant les deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  ne joue aucun rôle dans la figure de diffraction obtenue sur l'écran. A la limite, on peut très bien imaginer de « coller »  $L_1$  et  $L_2$  de chaque côté de l'ouverture diffractante. Si maintenant on supprime cette dernière, on comprend facilement que c'est la monture (généralement circulaire) de chaque lentille qui jouera ce rôle. Enfin, sachant que deux lentilles accolées sont équivalentes à une seule dont la vergence sera la somme des vergences, on peut affirmer que :

*Lorsqu'on utilise une lentille pour former l'image d'un objet, chaque point de cette image est entouré d'une figure de diffraction à l'infini. En l'absence d'ouverture diffractante à proprement dit, c'est la monture de la lentille qui joue ce rôle.*

On admettra qu'il en est de même à chaque fois que l'on forme l'image d'un objet, quelque soit le système utilisé pour former cette image (lentille, miroir, etc.). **C'est donc la diffraction à l'infini qui accompagne toujours la formation des images.**

### 5.5.2 Limite de résolution d'un instrument

Considérons un instrument d'optique très simple réalisé à partir d'une lentille convergente  $L$  de diamètre  $\phi$  et d'un écran d'observation (figure 5.23). Deux sources lumineuses ponctuelles et identiques  $A$  et  $B$ , vues depuis le

<sup>11</sup>. L'ouverture diffractante laissant passer beaucoup plus d'énergie, ce surplus d'énergie se retrouve dans l'image géométrique.

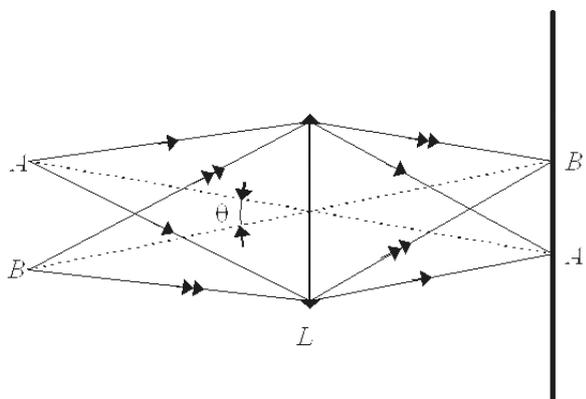


FIGURE 5.23 – Formation de l'image de deux points sources

centre de la lentille sous un angle  $\theta$ , forment sur l'écran deux images  $A'$  et  $B'$ .

Si l'on examine de près ces deux images, on constate qu'il s'agit en fait de deux taches. Généralement, les causes sont à chercher du côté de l'optique géométrique :

- Mauvais positionnement de l'écran : le plan contenant l'écran et celui contenant les sources ne sont pas conjugués.
- Mauvaise utilisation de la lentille : celle-ci n'est pas utilisée dans les conditions de Gauss.
- Défaut géométrique de la lentille : ses faces ne sont pas exactement des calottes sphériques.
- Dispersion du verre : l'indice et donc la vergence de la lentille ne sont pas les mêmes pour toutes les longueurs d'onde.

On peut réduire un à un tous ces défauts jusqu'à obtenir un instrument « géométriquement » parfait. Les images  $A'$  et  $B'$  ne sont alors toujours pas ponctuelles à cause de la diffraction introduite par la monture de la lentille. Elles se réduisent donc aux deux taches d'Airy.

*Un instrument d'optique parfait est un instrument pour lequel l'image d'une source ponctuelle se réduit à sa figure de diffraction à l'infini.*

Comme le montre la figure 5.24, la présence des taches de diffraction

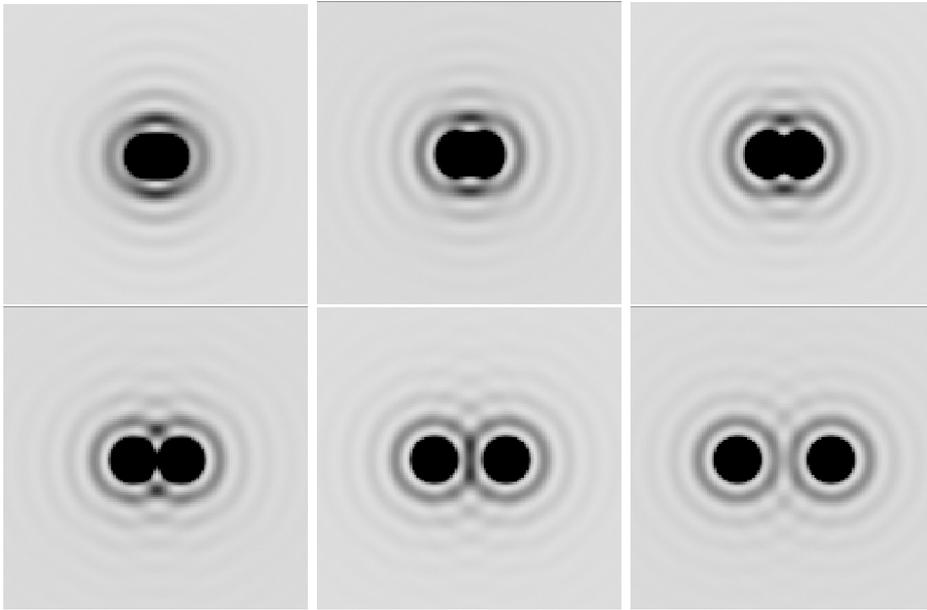


FIGURE 5.24 – Images de couples d'étoiles correspondant à différents écarts angulaires (simulation).

limite la capacité d'un instrument à distinguer deux points proches. Pour quantifier ce problème nous allons reprendre le modèle simple d'un instrument se réduisant à une lentille et un écran.

Chaque tache d'Airy est vue depuis le centre de la lentille sous un angle<sup>12</sup> (cf. § 5.3.2) :

$$\chi = 2 \left( 1, 22 \frac{\lambda_0}{\phi} \right) \quad (5.56)$$

Les deux sources A et B étant indépendantes sont incohérentes. L'éclairement de l'écran est donc simplement la somme des éclairissements des deux figures de diffraction.

- Si la distance entre les deux sources A et B est suffisante, l'éclairement de l'écran le long d'une droite A'B' varie comme sur la partie gauche de figure 5.25. Les deux taches d'Airy sont bien distinctes et on peut facilement distinguer les images A' et B'.
- Si la distance entre les deux sources A et B est trop petite, l'éclairement de l'écran varie comme sur la partie droite de la figure 5.25 (trait continu). Les deux taches de diffraction se superposent et on ne peut

12. L'angle  $\chi$  correspond au diamètre angulaire de la tache ce qui explique le facteur 2.

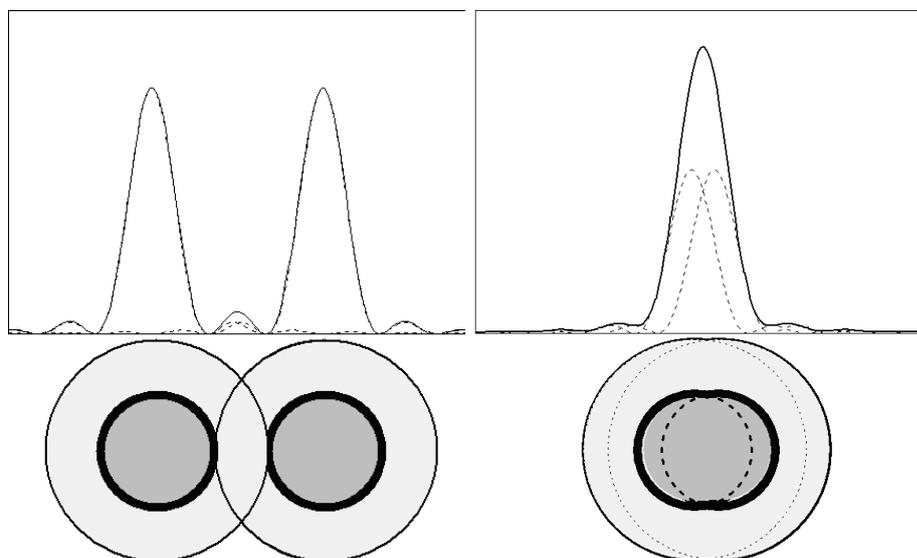


FIGURE 5.25 – Limite de résolution d'un instrument : à gauche les deux images sont distinctes, à droite, elles ne le sont pas.

plus distinguer A' de B'. On dit que **l'instrument ne permet pas de résoudre les deux objets A et B.**

Conventionnellement, on considère que la limite théorique de résolution de l'instrument est atteinte lorsque l'on se trouve dans la situation de la figure 23.

Dans ce cas, le centre de la tache d'Airy de la première image se trouve sur le bord de la tache d'Airy de la seconde. La distance entre les deux images géométriques est alors égale au rayon de la tache d'Airy. Cette convention constitue le **critère de Rayleigh**.

On en déduit donc que notre instrument est capable de distinguer deux points A et B si ceux-ci sont vus depuis le centre de la lentille de diamètre  $\phi$  sous un angle  $\theta$  supérieur à :

$$\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda_0}{\phi} \quad (5.57)$$

Exemple : Les appareils photographiques jetables fonctionnent avec un objectif très simple que l'on peut assimiler à une lentille unique de diamètre  $d \approx 5$  mm. En prenant une longueur d'onde moyenne pour la lumière visible de  $\lambda_0 = 500$  nm, la limite de résolution angulaire serait de  $\theta_{\min} = 1,22 \cdot 10^{-4}$  rad. Pour un sujet photographié à 2 m de l'appareil, cela correspondrait à deux points distants de  $\approx 0,5$  mm. Au vu des images effectivement réalisées par ce genre d'appareils, on peut affirmer que l'optique utilisée ne peut pas

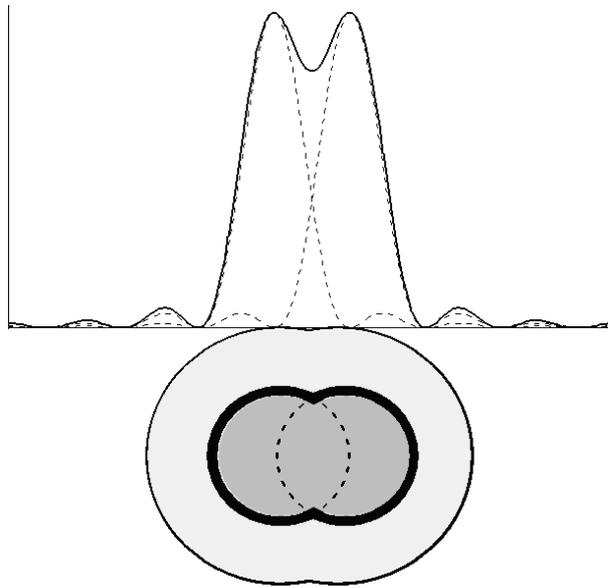


FIGURE 5.26 – Définition du critère de Rayleigh

être qualifiée de parfaite !

Lorsque l'on utilise un instrument plus complexe, la limite théorique de résolution de celui-ci est fixée par la dimension du faisceau de lumière intercepté et participant réellement à la formation de l'image. Pour un télescope par exemple, la dimension à prendre en compte est celle du miroir principal. Plus celui-ci sera de grand diamètre, plus le télescope pourra distinguer deux étoiles proches<sup>13</sup>.

**Remarque :** Le critère de Rayleigh ne s'applique qu'au cas où les deux points à résoudre émettent une intensité lumineuse comparable. Dans le cas contraire, l'analyse est plus complexe. On peut par exemple imaginer deux étoiles bien séparées mais de magnitudes très différentes. La moins lumineuse peut alors rester invisible car son image est « cachée » dans un anneau secondaire de la plus visible.

---

13. Pour un télescope terrestre de grande dimension, cette limite de résolution théorique n'est jamais atteinte à cause des perturbations apportées par la présence de l'atmosphère. L'ensemble télescope + atmosphère ne forme plus un instrument optiquement parfait. Utiliser de très grands miroirs reste néanmoins un avantage pour observer des objets de très faible magnitude.

## 5.6 Diffraction à l'infini par deux ouvertures identiques : trous d'Young

### 5.6.1 Fentes d'young éclairées par une source ponctuelle à l'infini

Considérons le cas d'un écran opaque percé de deux fentes fines identiques et parallèles, de largeur  $b$  et distantes de  $a > b$  (figure 5.27). La hauteur  $h$  de chaque fente étant très grande devant  $a$ , les phénomènes de diffraction seront essentiellement observés sur l'écran dans la direction  $Ox$ . Pour simplifier, nous supposons que le faisceau incident de lumière est parallèle à l'axe du montage ( $\alpha_S = \beta_S = 0$ ).

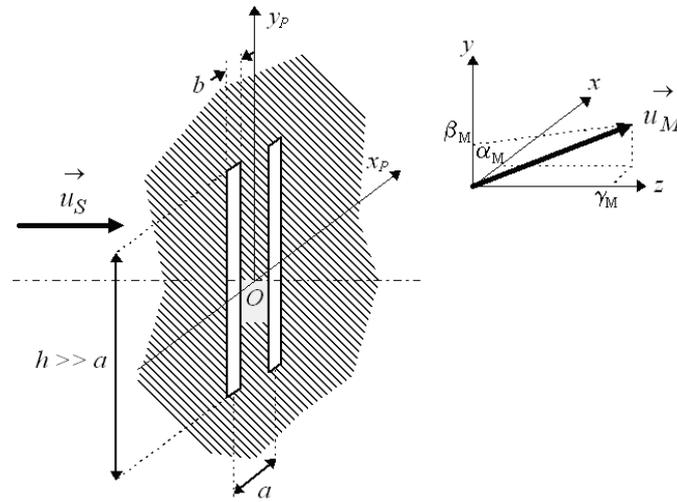


FIGURE 5.27 – Diffraction à l'infini par une bi-fente

Chacune des deux fentes composant le système peut être considérée comme la translation selon l'axe  $Ox$  d'une même fente fine originelle dont l'axe passerait par  $O$ . En utilisant les résultats du § 5.3.1 pour la fente fine et du § 5.4.3 pour la translation, on peut donc écrire :

$$\begin{aligned} \text{Si } \beta_M \neq 0 \quad s_0(M) &= 0 \\ \text{Si } \beta_M = 0 \quad s_0(M) &= Khb \frac{\sin u}{u} \left[ \exp\left(i \frac{2\pi a}{\lambda_0} \alpha_M\right) + \exp\left(-i \frac{2\pi a}{\lambda_0} \alpha_M\right) \right] \\ \text{avec } u &= \frac{\pi b}{\lambda_0} \alpha_M \end{aligned} \quad (5.58)$$

c'est à dire :

$$\begin{aligned} & \text{Si } \beta_M \neq 0 \quad s_0(M) = 0 \\ & \text{Si } \beta_M = 0 \quad s_0(M) = 2Khb \frac{\sin u}{u} \cos\left(u \frac{a}{b}\right) \quad \text{avec } u = \frac{\pi b}{\lambda_0} \alpha_M \end{aligned} \quad (5.59)$$

L'éclairement de l'écran sera donc :

$$\begin{aligned} & \text{Si } \beta_M \neq 0 \quad E(M) = 0 \\ & \text{Si } \beta_M = 0 \quad E(M) = 2 \left[ Khb \frac{\sin u}{u} \right]^2 \left[ 1 + \cos\left(2u \frac{a}{b}\right) \right] \quad \text{avec } u = \frac{\pi b}{\lambda_0} \alpha_M \end{aligned} \quad (5.60)$$

**Remarque :** On peut retrouver une partie du résultat précédent en utilisant la théorie des interférences. Les deux fentes éclairées par la même source ponctuelle forment un ensemble de deux sources cohérentes. Deux rayons diffractés dans la direction  $\vec{u}_M = (\alpha_M, 0, \gamma_M)$  sont donc susceptibles d'interférer.

Le faisceau incident étant orthogonal au plan contenant ces deux sources, celles-ci sont en phase. La différence de marche entre les deux rayons interférant en M vaut donc (figure 5.28) :

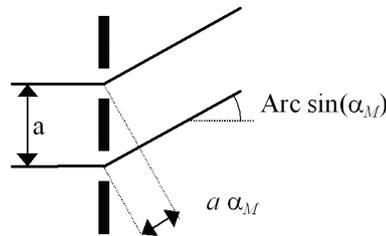


FIGURE 5.28 – Calcul de la différence de marche

$$\delta(M) = a\alpha_M \quad (5.61)$$

ce qui correspond à un déphasage :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} a\alpha_M \quad (5.62)$$

Les deux sources cohérentes sont identiques mais n'émettent pas de manière isotrope à cause de la diffraction. Les amplitudes  $s_1$  et  $s_2$  correspondant à chacun des deux rayons sont identiques mais dépendent de  $\alpha_M$  :  $s_1 = s_2 = s(\alpha_M)$ . En appliquant la méthode développée dans le chapitre 2 consacré

aux interférences, on prévoit donc que l'éclairement de l'écran en un point M correspondant à l'angle  $\alpha_M$  sera :

$$E(M) = 2s^2(\alpha_M) \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} a \alpha_M \right) \right] \quad (5.63)$$

La comparaison avec l'expression précédente de l'éclairement (5.60), obtenue à partir du principe d'Huyghens-Fresnel, permet d'interpréter la figure 5.29.

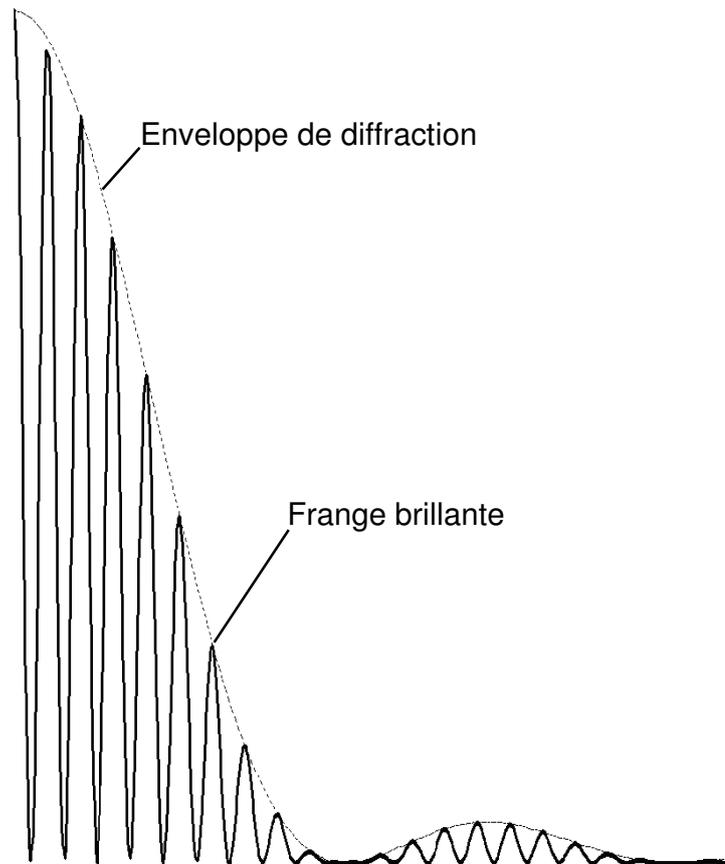


FIGURE 5.29 – Diffraction par les fentes d'Young

*L'éclairement de l'écran correspond à un phénomène d'interférence modulé par une enveloppe de diffraction.*

**Remarque :** Si  $b$  est de l'ordre de  $\lambda_0$ , l'émission de sources secondaires

devient pratiquement isotrope. On n'observe donc plus que les franges d'interférence.

Il est intéressant de noter que le dispositif des fentes d'Young est un des rares systèmes où les sources cohérentes interférant ne sont pas des images optiques de la source primaire. Historiquement, Thomas Young réalisa cette expérience en utilisant deux trous circulaires très rapprochés en lieu et place des fentes. Il obtint une figure d'interférence dont l'enveloppe de diffraction était celle d'une ouverture circulaire. Il observa donc des franges à l'intérieur d'une tache d'Airy (figure 5.30). Cette expérience historique permit d'établir la nature ondulatoire de la lumière.

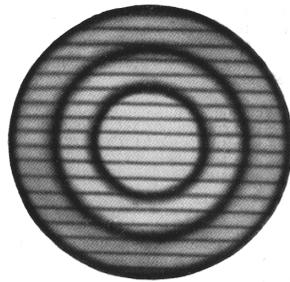


FIGURE 5.30 – Expérience de Thomas Young

### 5.6.2 Influence d'un manque de cohérence spatiale de la source

Comme dans le chapitre consacré à l'étude des interféromètres, on peut chercher quelle est l'influence sur le dispositif d'Young d'un manque de cohérence spatiale de la source primaire. Nous distinguerons le cas d'une extension de cette source parallèlement à l'axe  $Oy$  des fentes, du cas d'une extension dans une direction orthogonale.

#### Extension de la source parallèlement à l'axe des fentes

Reprenons le dispositif des fentes d'Young et ajoutons une deuxième source ponctuelle  $S_2$ , identique à  $S_1$  et disposée de manière à ce que le segment  $S_1S_2$  soit parallèle à l'axe  $Oy$  des fentes diffractantes (figure 5.31). Les deux sources  $S_1$  et  $S_2$  étant incohérentes, les éclairissements dus à chaque source s'ajouteront sans terme d'interférence supplémentaire.

Les résultats du paragraphe précédent montrent que les éclairissements de l'écran dus à chacune de ces deux sources sont, par rapport à chacune des deux images géométriques  $S'_1$  et  $S'_2$ , strictement identiques. On obtient donc sur l'écran deux figures identiques, parallèles et décalées, l'une passant par  $S'_1$ , l'autre par  $S'_2$  (figure 5.32).

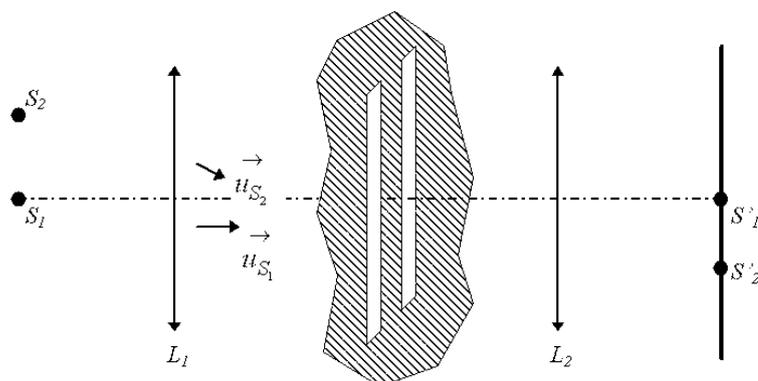


FIGURE 5.31 – Deux sources qui forment un segment parallèle à l'axe des fentes

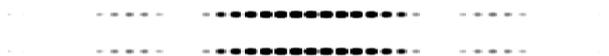


FIGURE 5.32 – Deux sources qui forment un segment parallèle à l'axe des fentes engendrent deux figures d'interférence identiques et décalées.

En répétant ce raisonnement sur une infinité de sources ponctuelles alignées sur un axe parallèle aux fentes, on démontre que :

*l'extension de la source primaire parallèlement aux fentes diffractantes permet de répéter sur la totalité de l'écran la figure de diffraction obtenue avec une source ponctuelle (figure 5.33).*



FIGURE 5.33 – Fentes d'Young éclairées par une fente source parallèle à leur axe.

Concrètement, on remplacera donc avantageusement la source ponctuelle par une fente lumineuse très fine parallèle aux fentes diffractantes.

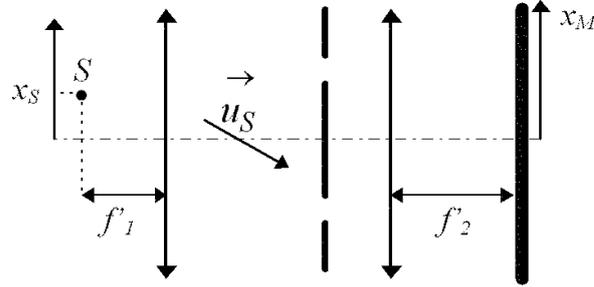


FIGURE 5.34 – Décalage de la source dans une direction orthogonale à l'axe des fentes

### Extension de la source normalement à l'axe des fentes

Supposons dans un premier temps que la source  $S$  soit toujours ponctuelle mais ne soit plus sur l'axe des deux fentes (figure 5.34). L'expression de l'éclairement de l'écran sera alors identique à celui établi au § 5.6.1 en remplaçant  $\alpha_M$  par  $\alpha_M - \alpha_S$ . Supposons également la largeur  $b$  de chaque fente suffisamment petite pour que son émission soit isotrope. L'éclairement engendré par  $S$  sur l'écran s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \text{Si } \beta_M \neq 0 \quad E(M) &= 0 \\ \text{Si } \beta_M = 0 \quad E(M) &= E_0 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi a \frac{\alpha_M - \alpha_S}{\lambda_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.64)$$

Exprimons  $\alpha_S$  et  $\alpha_M$  en fonction des abscisses  $x_S$  et  $x_M$  des points  $S$  et  $M$  et des focales  $f'_1$  et  $f'_2$  des lentilles  $L_1$  et  $L_2$ . Ces dernières étant utilisées dans les conditions de Gauss, on aura :

$$\alpha_S \approx -\frac{x_S}{f'_1} = \frac{x_S}{f'_2} \quad \text{et} \quad \alpha_M \approx \frac{x_M}{f'_2} \quad (5.65)$$

et donc :

$$\begin{aligned} \text{Si } \beta_M \neq 0 \quad E(M) &= 0 \\ \text{Si } \beta_M = 0 \quad E(M) &= E_0 \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{x_M}{f'_2} + \frac{x_S}{f'_1} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.66)$$

Supposons maintenant que la source ne soit plus ponctuelle mais s'étende sur l'axe  $x$  de  $x_S = -\xi/2$  à  $x_S = \xi/2$ . Chaque élément de largeur  $dx_S$  positionné autour de l'abscisse  $x_S$  engendre un éclairement élémentaire proportionnel à  $dx_S$  qui peut s'écrire :

$$\text{Si } \beta_M \neq 0 \quad dE(M) = 0$$

$$\text{Si } \beta_M = 0 \quad dE(M) = A dx_S \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{x_M}{f'_2} + \frac{x_S}{f'_1} \right) \right] \right\} \quad (5.67)$$

L'éclairement total de l'écran s'écrit donc :

$$\begin{aligned} &\text{Si } \beta_M \neq 0 \quad E(M) = 0 \\ \text{Si } \beta_M = 0 \quad E(M) &= A \int_{x_S = -\frac{\xi}{2}}^{x_S = \frac{\xi}{2}} \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi a}{\lambda_0} \left( \frac{x_M}{f'_2} + \frac{x_S}{f'_1} \right) \right] \right\} dx_S \quad (5.68) \end{aligned}$$

c'est à dire :

$$\begin{aligned} &\text{Si } \beta_M \neq 0 \quad E(M) = 0 \\ \text{Si } \beta_M = 0 \quad E(M) &= A\xi \left\{ 1 + \frac{\sin w}{w} \cos \left( \frac{2\pi a x_M}{\lambda_0 f'_2} \right) \right\} \quad (5.69) \\ &\text{avec } w = \frac{\pi a \xi}{\lambda_0 f'_1} \end{aligned}$$

On peut noter que si la largeur  $\xi$  de la source est très petite devant  $\frac{\lambda_0 f'_1}{a}$ , on se retrouve dans les conditions d'une source ponctuelle. La condition de cohérence spatiale de la source s'écrit donc :

$$\xi \ll \frac{\lambda_0 f'_1}{a} \quad (5.70)$$

On peut aussi déterminer la visibilité de la figure obtenue :

$$V = \left| \frac{\sin w}{w} \right| \quad (5.71)$$

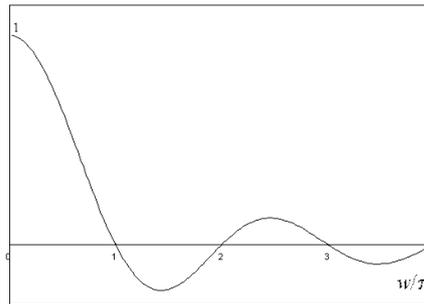


FIGURE 5.35 – Variation de  $\sin w/w$

On a représenté sur la figure 5.35 les variations de la fonction  $\frac{\sin w}{w}$ . Ce graphe montre que la visibilité de la figure devient nulle pour la première

fois lorsque  $w = \pi$ . L'éclairement de l'écran est alors uniforme. Précisons les ordres de grandeurs. Pour  $\lambda_0 = 500$  nm,  $a = 0,5$  mm et  $f'_1 = 20$  cm, le premier zéro de la visibilité est obtenu lorsque la largeur de la source atteint  $x = 0,2$  mm. La condition de cohérence spatiale est donc très sévère dans la pratique.

Lorsque  $\pi < w < 2\pi$ , la fonction  $\frac{\sin w}{w}$  est négative. Cela signifie que les franges brillantes ont pris la place des franges sombres. En particulier, la frange centrale est devenue sombre. On dit alors qu'il y a **inversion du contraste des franges**. Si on continue à élargir la source, on observe de nouveau une permutation des positions pour  $2\pi < w < 3\pi$ . L'observation de ces inversions successives est assez facile pour les deux premières. Elle devient ensuite de plus en plus difficile, la visibilité devenant très faible.



# Table des figures

1.1	Phénomène d'interférence . . . . .	6
1.2	Interférences sur une cuve à ondes. Figure de gauche : simulation ; Figure de droite : Expérience réelle . . . . .	6
1.3	Interférences sur une cuve à ondes. . . . .	7
1.4	Interféromètre de Michelson . . . . .	9
1.5	Anneaux de la lame d'air sur l'interféromètre de Michelson . .	10
1.6	Polarisations parallèles (à gauche) ou orthogonales (à droite) .	12
1.7	Interférence de deux ondes polarisées elliptiquement . . . . .	13
1.8	Propagation le long d'un rayon lumineux . . . . .	15
1.9	Image par un miroir plan . . . . .	16
1.10	Surface d'onde sphérique . . . . .	18
1.11	Exemple d'utilisation du théorème de Malus . . . . .	18
1.12	Onde plane à la sortie d'une lentille convergente . . . . .	20
1.13	Onde quasi-plane à la sortie d'une lentille convergente . . . . .	20
2.1	Interférences sur une cuve à ondes. . . . .	25
2.2	Ondes de surface . . . . .	26
2.3	Interférences sur une cuve à ondes. Figure de gauche : simulation. Figure de droite : Expérience réelle . . . . .	27
2.4	Deux sources lumineuses indépendantes . . . . .	29
2.5	On n'observe aucune interférence avec deux sources lumineuses indépendantes . . . . .	30
2.6	Un faisceau de lumière rigoureusement parallèle est spatialement cohérent . . . . .	34
2.7	Les deux types d'interféromètres : Division d'amplitude (à gauche) et division du front d'onde (à droite) . . . . .	35
2.8	. . . . .	36
2.9	Bonne visibilité à gauche, visibilité médiocre à droite . . . . .	39
2.10	Ecran placé parallèlement aux sources secondaires . . . . .	40
2.11	Franges rectilignes du coin d'air (interféromètre de Michelson)	41
2.12	Influence d'une petite rotation de l'écran . . . . .	42
2.13	Ecran placé perpendiculairement aux sources secondaires . . .	44
2.14	Anneaux de la lame d'air (interféromètre de Michelson) . . . .	45

2.15	Profil spectral d'une source . . . . .	49
2.16	Doublet spectral . . . . .	50
2.17	Doublet spectral . . . . .	51
2.18	Raie spectrale . . . . .	53
2.19	Raie spectrale . . . . .	54
2.20	Superposition partielle de deux trains d'onde . . . . .	54
2.21	Trois trous d'Young . . . . .	58
2.22	Une lame de verre devant $F_2$ . . . . .	59
2.23	2 trous d'Young devant un télescope . . . . .	60
3.1	Miroirs de Fresnel (1886). . . . .	63
3.2	Les miroirs de Fresnel : schématisation . . . . .	64
3.3	Les miroirs de Fresnel éclairés par une source ponctuelle. . . . .	65
3.4	Les miroirs de Fresnel éclairés par une source étendue. . . . .	69
3.5	Projection d'une figure d'interférence . . . . .	72
3.6	Le miroir de Llyod : schématisation . . . . .	73
3.7	Le miroir de Llyod éclairé par une source étendue. . . . .	75
3.8	Interféromètres de Michelson (Ulice Mich-2 à gauche, DMS Didalab au milieu, Sopra à droite) . . . . .	77
3.9	Interféromètre de Michelson : Principe de fonctionnement . . . . .	77
3.10	Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air : schématisation . . . . .	79
3.11	Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air : système équivalent . . . . .	80
3.12	Anneaux de la lame d'air . . . . .	81
3.13	Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air : système équivalent . . . . .	82
3.14	Franges rectilignes du coin d'air . . . . .	83
3.15	Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air : système équivalent . . . . .	84
3.16	Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par deux sources ponctuelles . . . . .	85
3.17	Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par deux sources ponctuelles . . . . .	86
3.18	Observation des anneaux à l'infini . . . . .	88
3.19	Champ d'interférence du coin d'air . . . . .	90
4.1	Interféromètre de Michelson Sopra . . . . .	94
4.2	Interféromètre de Michelson Sopra . . . . .	95
4.3	Positionnement des miroirs . . . . .	96
4.4	Réglage du parallélisme séparatrice-compensatrice . . . . .	98
4.5	Cible permettant le réglage grossier des miroirs . . . . .	99
4.6	Réglage des miroirs de l'interféromètre de Michelson . . . . .	100
4.7	Les images doubles de la cible observables à travers le Michelson . . . . .	101
4.8	Fin du réglage grossier : des interférences apparaissent . . . . .	101

4.9	102	
4.10	Montage expérimental pour l'étude de la localisation des anneaux d'égale inclinaison, observables avec l'interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. . . . .	104
4.11	Maximum (à gauche) et minimum (à droite) de la visibilité des anneaux de la lame d'air obtenus avec une lampe au sodium	106
4.12	Montage expérimental pour l'étude de la localisation des franges d'égale épaisseur, observables avec l'interféromètre de Michelson réglé en coin d'air. . . . .	107
5.1	Diffraction d'un faisceau LASER par le bord d'un écran rectiligne (vue en négatif) . . . . .	113
5.2	Diffraction de Fresnel autour d'une goutte d'eau en lumière polychromatique . . . . .	114
5.3	Propagation sur une corde tendue . . . . .	115
5.4	Principe d'Huyghens . . . . .	116
5.5	Diffraction sur une cuve à onde (simulation) . . . . .	117
5.6	Postulat de Fresnel . . . . .	117
5.7	Diffraction en optique . . . . .	119
5.8	Diffraction avec un écran à distance finie . . . . .	120
5.9	Montage permettant l'observation de la diffraction à l'infini .	122
5.10	Diffraction à l'infini : détermination de la différence de marche	123
5.11	Ouverture rectangulaire : notations . . . . .	126
5.12	Diffraction par une fente fine . . . . .	128
5.13	Diffraction par une fente rectangulaire . . . . .	129
5.14	Diffraction par une fente carrée . . . . .	129
5.15	Diffraction en incidence normale par une ouverture circulaire.	130
5.16	Figure de diffraction par une ouverture circulaire. . . . .	131
5.17	Transmittance d'un lame de verre. . . . .	132
5.18	Transmittance d'un prisme de petit angle. . . . .	133
5.19	Diffraction par un écran de transmittance sinusoïdale. . . . .	135
5.20	Translation de l'ouverture diffractante . . . . .	137
5.21	Homothétie de l'ouverture diffractante . . . . .	138
5.22	Rotation de l'ouverture diffractante . . . . .	140
5.23	Formation de l'image de deux points sources . . . . .	142
5.24	Images de couples d'étoiles correspondant à différents écarts angulaires (simulation). . . . .	143
5.25	Limite de résolution d'un instrument : à gauche les deux images sont distinctes, à droite, elles ne le sont pas. . . . .	144
5.26	Définition du critère de Rayleigh . . . . .	145
5.27	Diffraction à l'infini par une bi-fente . . . . .	146
5.28	Calcul de la différence de marche . . . . .	147
5.29	Diffraction par les fentes d'Young . . . . .	148
5.30	Expérience de Thomas Young . . . . .	149

5.31	Deux sources qui forment un segment parallèle à l'axe des fentes	150
5.32	Deux sources qui forment un segment parallèle à l'axe des fentes engendrent deux figures d'interférence identiques et décalées. . . . .	150
5.33	Fentes d'Young éclairées par une fente source parallèle à leur axe. . . . .	150
5.34	Décalage de la source dans une direction orthogonale à l'axe des fentes . . . . .	151
5.35	Variation de $\sin w/w$ . . . . .	152