

MP n°1 : Dynamique newtonienne

Bibliographie :

- *Dictionnaire de physique expérimentale. Tome 1 : La mécanique*, Quaranta
- *Expériences de physique : Capes de sciences physiques*, Duffait, Bréal
- *Expériences de physique : optique, mécanique, fluides, acoustique*, Bellier, Dunod
- *Montages de physique : optique, mécanique, statique des fluides, calorimétrie*, Bellier, Bouloy, Guéant, Dunod
- *Agrégation de sciences physiques Option physique : Montages de physique*, Charmont, Dunod
- *Les oscillateurs électriques et mécaniques*, CRDP de Lyon

Introduction

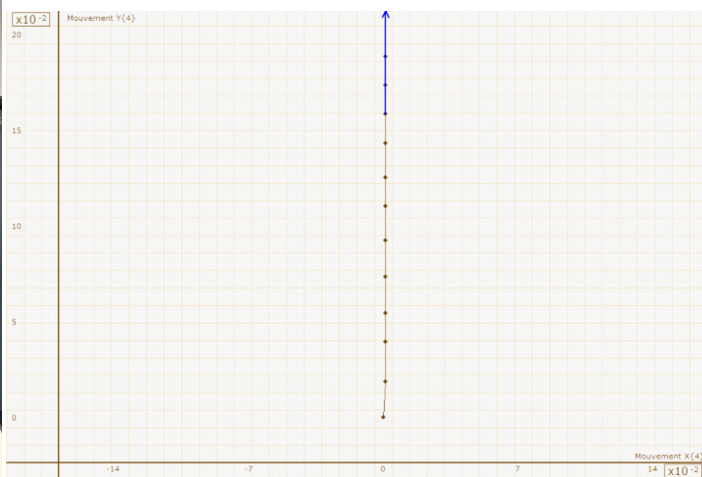
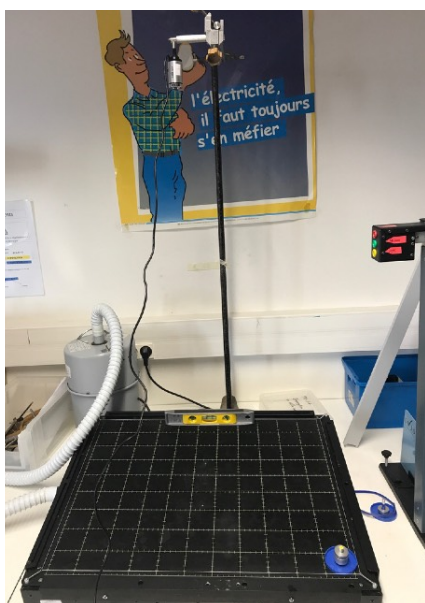
La dynamique newtonienne a pour objet l'étude des mouvements des corps en relation avec les causes c'est-à-dire les forces qui les produisent. Elle est construite autour de trois lois énoncées par Newton vers 1687. La première loi ou principe de l'inertie ainsi que la deuxième loi ou principe fondamental de la dynamique sont des lois relatives au mouvement d'un point matériel. La troisième loi de Newton ou principe de l'action-réaction joue un rôle essentiel dans l'étude des systèmes de N points matériels.

On se propose, ici, d'illustrer ces lois de la mécanique de Newton, en essayant de faire des manipulations dans des domaines variés (translation, rotation, point, solide).

1 Mouvement de translation rectiligne d'un solide

1.1. Mouvement de translation rectiligne uniforme

Le mobile autoporteur constitue un système pseudo-isolé ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$) dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. Pour commencer, on cherche à valider le principe d'inertie avec une expérience très simple. Ce principe peut ainsi être étudié lorsque la pesanteur est compensée par la réaction d'un support. On utilise pour ce faire des mobiles sur coussin d'air. Le principal problème est d'avoir des frottements fluides et solides minimums.



- Régler l'horizontalité de la table avec le niveau à bulle. Poser un mobile avec la soufflerie allumée au centre de la table et régler les vis pour qu'il reste (presque) immobile.
- Allumer la Webcam et lancer Mecaclip.
- Bien régler la position de la Webcam pour avoir une image nette et centrée de la table à coussin d'air.
- S'entraîner à lancer le mobile de façon rectiligne assez vite et en évitant tout mouvement de rotation sur lui-même.

- Enregistrer une vidéo avec Mecalip.
- Etudier la vidéo sur LATIS PRO : Remettre la vidéo au début. Avancer jusqu'à l'image où vous voulez commencer l'étude. Placer l'origine, étalonner, enfin pointer image par image le centre du mobile. Basculer sur la fenêtre de la trajectoire et mettre les vecteurs vitesse.
- Montrer à l'aide du logiciel que
 - 1) le mouvement est rectiligne
 - 2) le mouvement est uniforme, en mesurant la distance entre deux espacements.
 - 3) tracer les vecteurs vitesse

On reconnaît l'énoncé du principe de l'inertie :

"Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé suit une trajectoire rectiligne uniforme".

Remarque : Le mouvement n'est jamais vraiment uniforme et on observe systématiquement une variation de la vitesse au cours du temps car il y a toujours un peu de frottement du mobile sur la table malgré le coussin d'air (la table n'étant pas parfaitement plate non plus). Pour que l'expérience soit concluante, il faut donc lancer le mobile suffisamment vite pour que la diminution de vitesse soit petite devant la vitesse moyenne.

1.2. Mouvement de translation rectiligne accéléré

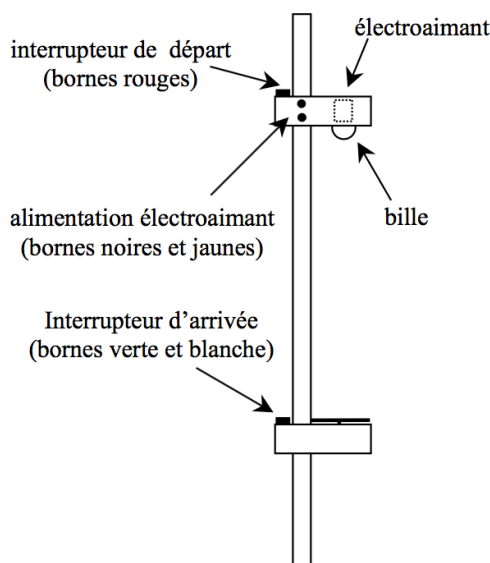
Cherchons maintenant à illustrer la seconde loi de Newton. Beaucoup d'expériences sont possibles. On a choisi d'étudier, ici, la chute libre verticale d'un objet sans vitesse initiale. Si on peut négliger les frottements dus à l'air, l'application du principe fondamental de la dynamique à ce système dans le référentiel du labo supposé galiléen donne simplement :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

Il n'y a, en effet, que le poids qui s'exerce sur le système assimilé à une masse ponctuelle. L'équation du mouvement s'obtient facilement en intégrant deux fois, soit

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

en prenant le départ de la bille comme origine des altitudes et si la vitesse initiale est nulle.



Remarque : on a choisi une bille en métal, assez dense, de forme sphérique aérodynamique et avec une vitesse pas trop grande dans des conditions telles que les frottements dus à l'air soient négligeables.

On mesure l'intervalle de temps entre le départ de la bille à vitesse nulle et son arrivée après une chute de hauteur h (orientée positivement vers le bas). Les signaux sur le chronomètre électronique sont fournis par un détecteur optique ou des dispositifs mécaniques (ouverture et fermeture de contacts). La bille est maintenue par un électroaimant, la rupture du courant libère la bille ce qui déclenche le signal du chrono par un circuit extérieur. Le choc de la bille sur le petit tapis de réception arrête le chronomètre. Remettre à zéro entre chaque mesure et recommencer pour différentes valeurs en mesurant

précisément la hauteur h et de la même façon à chaque fois. Penser à remettre solidement la cuvette réceptrice car le choc au moment de l'impact a tendance à la faire glisser.

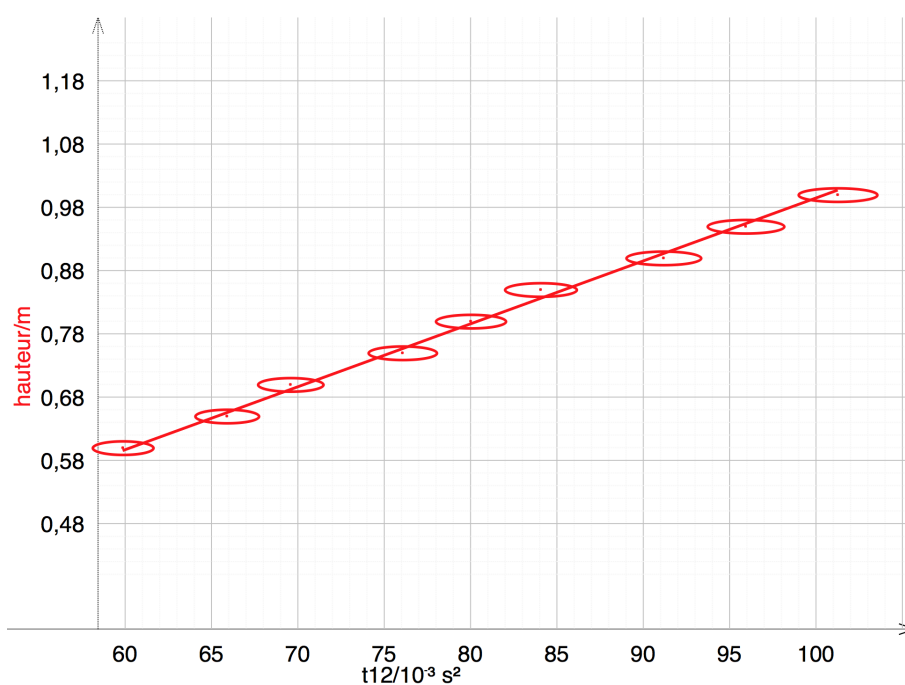
Ensuite, on entre les valeurs des hauteurs et de temps dans un tableur-grapheur. On peut choisir Regressi car il est plus facile de faire apparaître les incertitudes à l'aide d'ellipses autour des mesures. On valide la loi du mouvement en traçant, par exemple $h = f(t^2)$. La représentation doit être linéaire. La pente de la droite permet d'évaluer l'accélération de la pesanteur g .

Pour estimer la précision des mesures de temps, on peut refaire chaque mesure, elle est de l'ordre de $\Delta t = \pm 0,001$ s. La précision sur h est de l'ordre de $\Delta h = \pm 0,01$ m. Par propagation des erreurs, on peut évaluer l'incertitude sur la détermination de g ,

$$\Delta g = g \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{t}\right)^2}$$

Voici à titre indicatif une série de mesures,

Hauteur h (m)	0,6	0,65	0,7	0,75	0,80	0,85	0,9	0,95	1,0
Durée t (s)	0,340	0,363	0,370	0,380	0,400	0,415	0,427	0,438	0,449



On trouve

$$g = (9,91 \pm 0,43) \text{ m.s}^{-2}$$

Remarques pratiques : Faire attention au bon contact entre la bille et l'encoche métallique en haut avant qu'elle tombe, ainsi qu'au contact entre la plaque réceptrice du capteur de fermeture qui a tendance à s'abaisser après les chutes. Il faut se mettre en mode 2 capteurs sur le chronomètre. Ne pas laisser trop chauffer l'électroaimant.

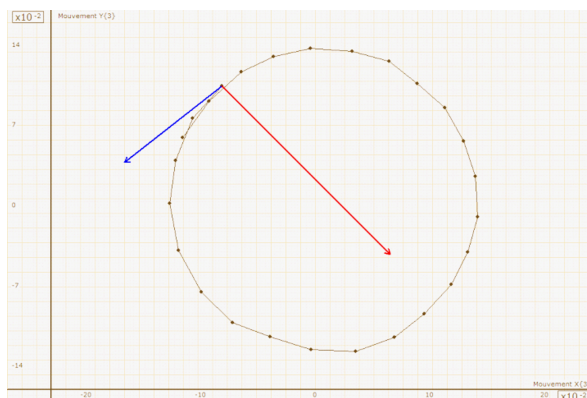
2 Mouvement de rotation d'un solide

2.1. Mouvement de rotation uniforme

Mettre la table à coussin d'air en position horizontale. Former une boucle de ficelle (longueur environ 40 cm). Placer le pivot au centre de la table. On peut simplement prendre un autre mobile et le maintenir fixe sur la table avec l'autre main. Lancer le mobile de façon à ce qu'il tourne autour. Enregistrer le mouvement sur Mecaclip avec la webcam. Traiter la vidéo avec LATIS PRO. Tracer la trajectoire, les vecteurs vitesse, et l'accélération. Les vecteurs vitesse sont en permanence tangents à la trajectoire de longueur sensiblement constantes, l'accélération pointe vers l'intérieur. En effet, d'après le principe fondamental de la dynamique, on doit avoir

$$\vec{V} = R\omega\vec{u}_\theta \text{ et } \vec{a} = -\frac{V^2}{R}\vec{u}_r$$

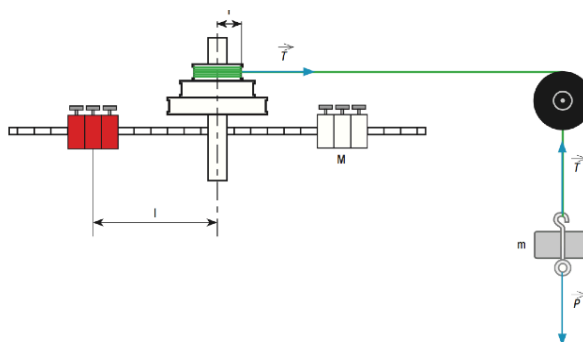
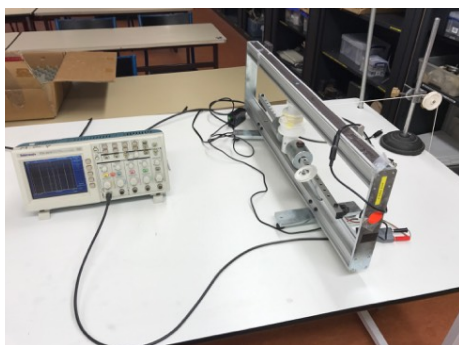
avec la vitesse $V = \text{constante}$, la vitesse angulaire $\omega = \text{constante}$ et le rayon du cercle $R = \text{constante}$.



2.2. Mouvement de rotation accéléré

Matériel : Jeulin (Réf : 33200984)

Cette maquette permet d'étudier les mouvements circulaires uniformes et uniformément accélérés. Un système masse-poulie servant de mode de propulsion entraîne le bras sous l'action d'une force constante réglable à l'aide d'une masse à crochet pour étudier les mouvements accélérés, et introduire ainsi une modélisation à l'aide des lois de Newton. On peut intervenir sur le moment d'inertie grâce à 2 masses coulissantes, et modifier le moment de force à l'aide de la poulie étagée à 2 diamètres liée à l'axe de rotation.



On enroule le fil autour de la poulie centrale. Il faudra utiliser une autre poulie pour permettre à la masse d'entraîner le fil vers le bas en essayant de limiter les frottements lors de la chute de la masse. On fixe la barre avec du scotch par exemple. On lâche la barre. Elle se met à tourner au fur et à mesure que la masse descend.

On mesure les durées entre deux passages à l'aide de l'oscilloscope qui est relié au capteur en CH1. Il faut faire attention que le capteur soit bien aligné avec la photodiode laser. A chaque fois que la barre passera devant, on observera un pic à l'oscilloscope. On peut mesurer la durée entre deux pics à l'aide des curseurs après avoir fait stop sur plusieurs passages. On a alors plusieurs traits verticaux.

Remarque : dans cette étude, on néglige les frottements du mobile sur son axe (ce qui n'est pas exact, surtout lorsque la

vitesse de rotation est faible). On néglige aussi les frottements sur l'air (ce qui n'est pas justifié, surtout lorsque la vitesse de rotation est élevée). On néglige encore le moment d'inertie des masses M par rapport à leur centre. Enfin, on néglige le moment d'inertie de la poulie en considérant sa masse nulle. Toutes ces approximations font qu'il paraît illusoire de présenter un calcul d'incertitudes complet sur les mesures effectuées.

2.2.1. Rappels théoriques

Le théorème du moment d'inertie projeté sur un axe Δ donne :

$$\sum \vec{F}_{ext} = I_{\Delta} \ddot{\theta}$$

La force \vec{T} (tension du fil) appliquée au système en rotation a un moment par rapport à l'axe de rotation égal à $\mathcal{M} = T \cdot r$. Par conséquent,

$$I_{\Delta} \ddot{\theta} = T \cdot r$$

Considérons la charge constituée de la masse m . Cette charge est animée d'un mouvement de translation. La vitesse linéaire v de la charge est égale à $r\dot{\theta}$ (le fil s'enroulant circulairement sur la poulie de rayon r). L'accélération a de la charge est

$$a = \frac{dv}{dt} = r\ddot{\theta}$$

Appliquons le théorème fondamental de la dynamique pour la masse m :

$$mg - T = ma = mr\ddot{\theta}$$

D'où

$$T = mg - mr\ddot{\theta}$$

Or,

$$I_{\Delta} \ddot{\theta} = T \cdot r$$

Donc

$$\ddot{\theta} = \frac{mgr}{I_{\Delta} + mr^2}$$

Il reste à préciser la valeur du moment d'inertie I_{Δ} de l'ensemble en rotation :

$$I_{\Delta} = J_0 + 2Ml^2$$

Finalement, on obtient

$$\ddot{\theta} = \frac{mgr}{J_0 + 2Ml^2 + mr^2}$$

On se propose d'appliquer une démarche expérimentale pour vérifier l'influence de certains facteurs sur la valeur de l'accélération angulaire et ainsi de valider l'expression littérale théorique ci-dessus.

Remarque :

Expérimentalement, on a tout intérêt à se placer dans le cas où $I_{\Delta} \gg mr^2$. On a ainsi $T \simeq mg$ et $\ddot{\theta} \simeq \frac{mgr}{I_{\Delta}}$.

Alors, T et $\ddot{\theta}$ sont quasiment proportionnelles à m . Pour cela, prendre I_{Δ} maximal et r minimal quand il n'y a aucune contrainte sur ces deux paramètres.

2.2.2. Mesure de l'accélération

Pour différentes valeurs de m (150 à 300 g), on mesure le temps t nécessaire pour que la barre fasse n tours.

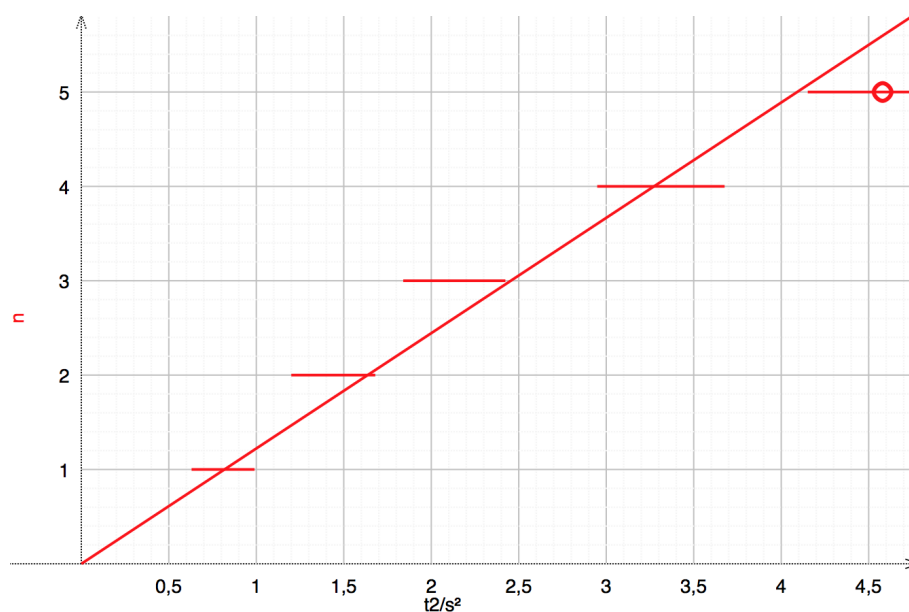
Si la vitesse initiale est nulle, l'équation horaire s'écrit

$$\theta = 2\pi n = \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2$$

Pour $m = 150$ g,

Nombre de tours n	1	2	3	4	5	6	7
Durée t (s)	0,2	0,8	1,460	1,820	2,140	2,5	2,9

Le tracé de la courbe $n = f(t^2)$ permet d'accéder à $\ddot{\theta}$ pour chaque valeur de m et de déterminer J_0 .



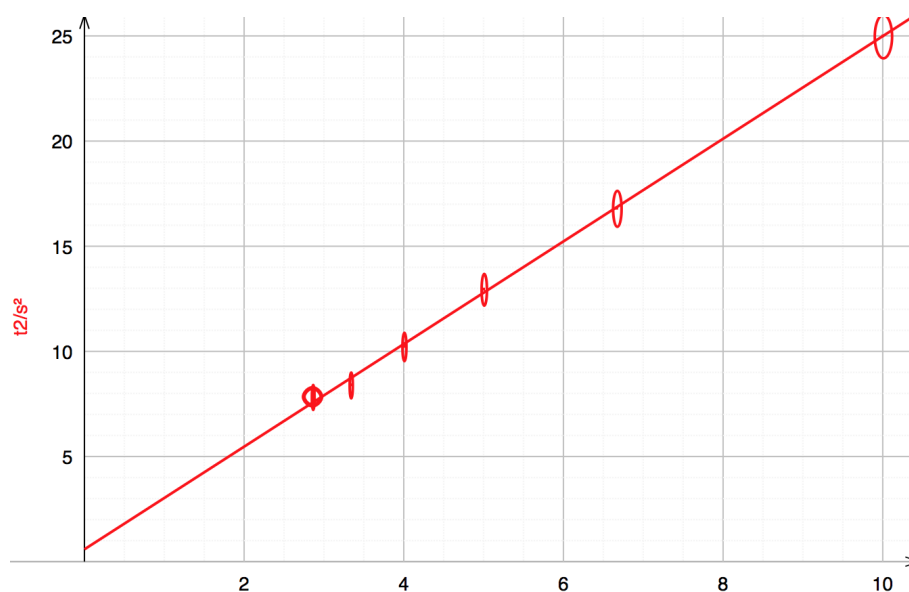
2.2.3. Influence du moment de la force

Pour différentes valeurs de m , effectuer une série de mesures pour effectuer 4 tours par exemple et tracer

$$\frac{t^2}{n} = f\left(\frac{1}{m}\right)$$

Masse m (g)	100	150	200	250	300	350
Durée t (s)	5,0	4,1	3,6	3,2	2,9	2,8

Le graphe obtenu est une droite de pente $4\pi \frac{J_0 + 2Ml^2}{gr}$ (le terme mr^2 étant négligeable). Déterminer à nouveau J_0



2.2.4. Influence du moment d'inertie

Pour cette étude, on maintiendra constants les deux autres paramètres r et m ($r = 15$ mm, $m = 100$ g). On agit sur le moment d'inertie par déplacement des masselottes M . Pour un nombre fixé de tours (par exemple 4 tours), mesurer le temps pour chaque valeur de l et tracer le graphe $t^2 = f(l^2)$.

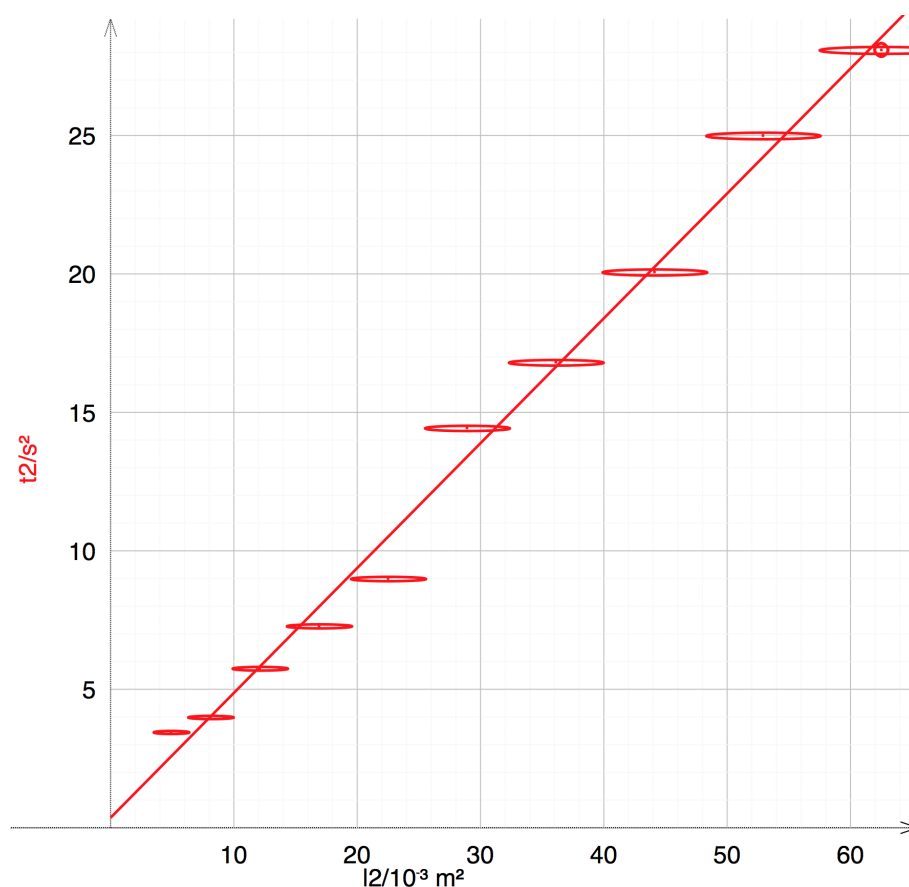
$$\theta = 2\pi n = \frac{1}{2}\ddot{\theta}t^2 = \frac{1}{2} \frac{mgr}{J_0 + 2Ml^2}$$

Soit

$$4\pi n = (J_0 + 2Ml^2)mgrt^2$$

$$t^2 = \frac{4\pi}{mgr}J_0 + \frac{8\pi n M}{mgr}l^2$$

Longueur l (m)	0,07	0,09	0,11	0,13	0,15	0,17	0,19	0,21	0,23	0,25
Durée t (s)	1,860	2	2,4	2,7	3,0	3,8	4,1	4,48	5	5,3



Le graphe $t^2 = f(l^2)$ est une droite dont l'ordonnée à l'origine permet d'accéder à la valeur de J_0 (J_0 correspondant au moment d'inertie de la barre solidaire des trois poulies et sans les masselottes).

2.2.5. Influence de la masse m

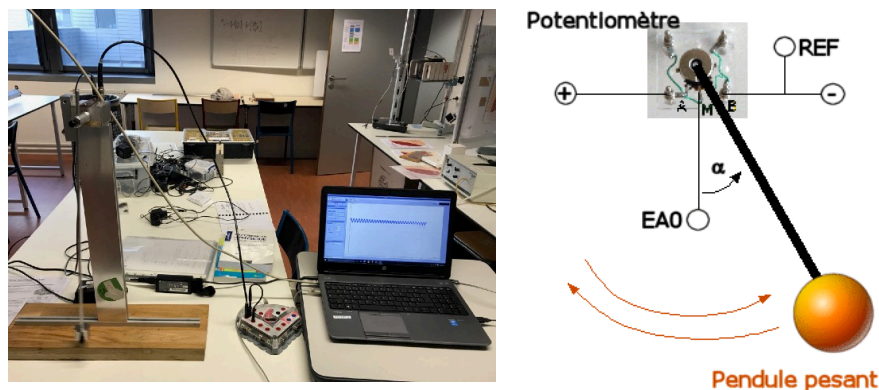
En faisant varier m , on fait ainsi varier le moment de la force. Pour cette étude, on maintiendra constants les deux autres paramètres r et l ($r = 15$ mm, $l = 24,5$ cm). On choisit l maximale et r minimale pour se placer dans le cas où $I_\Delta \gg mr^2$. On aura ainsi $T \simeq mg$ et $\ddot{\theta} \simeq \frac{mgr}{J_0 + 2Ml^2}$.

2.2.6. Influence de r

En faisant varier r , on fait aussi varier le moment de la force. Il semble peu judicieux de faire une étude avec r variable (m et l étant maintenus constants) puisque nous disposons uniquement de trois poulies. Un graphe du type $c = f(r)$ serait peu démonstratif dans ces conditions.

2.3. Mouvement de rotation d'un pendule pesant

Ce pendule se compose d'une masse M , supposée ponctuelle, placée sur une tige de longueur l et d'une masse m . L'ensemble oscille autour d'un axe de rotation. On utilise un capteur angulaire formé d'une poulie électronique et un module d'angle fournit un signal entre $+U$ et $-U$ selon l'amplitude θ . Le capteur doit être alimenté par une alimentation. Le pendule est relié au boîtier SYSAM SP5 sur le capteur EAO, lui-même relié au port USB de l'ordinateur. L'enregistrement de la position angulaire d'un pendule pesant à l'aide d'un capteur de rotation relié à l'ordinateur est étudié sur LATIS PRO.



Cliquer sur le bouton avec l'encoche rouge de la fenêtre d'acquisition si ce n'est pas fait. Puis, cocher l'entrée analogique EAO, faire l'acquisition temporelle avec un temps de 30 ms, 1000 points, source : aucune. Appuyer sur le triangle bleu dans barre en haut pour lancer l'acquisition et sur ESC pour l'arrêter. La courbe varie lentement en oscillant périodiquement. On peut basculer sur les mesures en cliquant sur la courbe verte et les glisser coller sur une autre fenêtre, ou sur le tableur. La modélisation avec une fonction sinus est satisfaisante même si l'isochronisme disparaît au bout d'une dizaine de périodes. On peut montrer que la période est indépendante de la masse tant que le centre d'inertie n'est pas trop déplacé sinon il faut prendre l'expression,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}$$

où I = moment d'inertie du pendule par rapport à son axe de rotation, M = masse du pendule et a = distance entre l'axe de rotation et le centre d'inertie du pendule.

On fera, ici, l'approximation d'une masse quasi ponctuelle au bout d'un fil de longueur l . En appliquant le principe fondamental de la dynamique dans l'approximation des petites angles, on obtient une relation reliant la période T à longueur l du fil,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Ainsi, on détermine la période pour différentes longueurs de barre en métal en lançant le pendule à partir de 20° sans vitesse initiale. La fonction $l = f(T^2)$ doit être une droite donnant accès à une valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur.

Longueur l (m)	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55
Période T (s)	0,85	1,0	1,15	1,21	1,3	1,35	1,41	1,51

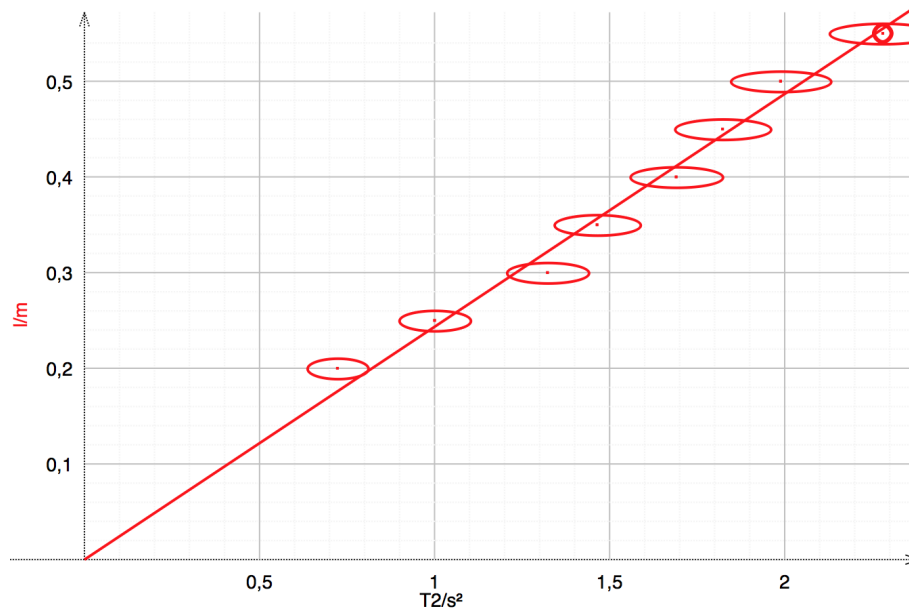
Par propagation des erreurs, on peut estimer l'incertitude sur T

$$\Delta g = g\sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T}\right)^2}$$

On retrouve bien une nouvelle valeur expérimentale de l'accélération de la pesanteur,

$$g = (9,92 \pm 0,55) \text{ m.s}^{-2}$$

Remarque : Dans cette expérience, on observe un amortissement de l'isochronisme assez rapidement au bout d'une dizaine de secondes même en restant dans l'approximation des petites angles. Pour mieux décrire le comportement de T^2 en fonction de l , il est nécessaire d'affiner le modèle théorique en introduisant la notion de moment d'inertie. La masselotte n'est plus



considérée comme ponctuelle et on tient compte des caractéristiques de la tige (longueur, diamètre et masse) qui contribuent fortement à la divergence observée entre expérience et théorie lorsque la valeur de l diminue. Enfin, pour des angles plus grands, on peut apporter une correction au modèle à l'aide de la formule de Borda :

$$T \simeq T_0 \left(1 + \frac{\theta_0^2}{16} \right)$$

Conclusion

On a pu illustrer de nombreuses lois et théorèmes de la mécanique classique du point et du solide. Il peut être intéressant d'analyser de tels systèmes du point de vue énergétique pour compléter notre étude. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec ces lois compte tenu des incertitudes expérimentales.