

# Poursuite aléatoire d'une cible et optimisation du temps de recherche

## Applications à la cinétique réactionnelle

Pierre-Henry Suet

Laboratoire de Physique Théorique de la Matière Condensée  
Université Pierre et Marie Curie, Paris 6

Soutenance de Thèse, 2007  
**Amphi Chouard, Tour 53, à 16h00**

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Introduction



Combien de temps faut-il pour un chercheur pour trouver une cible ?

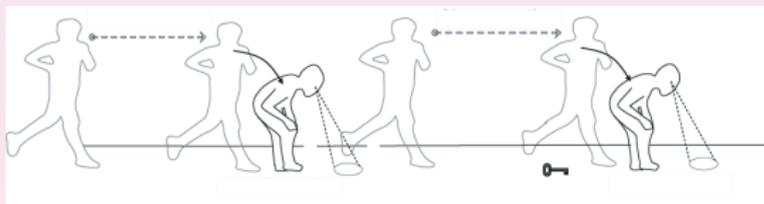
## Exemples

- Echelle microscopique: réactions limitées par la diffusion  
**protéine cherchant un site cible sur l'ADN**
- Echelle macroscopique: recherche de victimes  
(avalanches, naufrages...)  
**animaux cherchant de la nourriture**

**Le temps de recherche est généralement le facteur limitant qui doit être optimisé**

# Quelle est la façon la plus rapide de trouver un objet caché au hasard ?

- recherche **systematique**
- comportement de recherche **intermittent** combinant des phases de recherche locales avec des phases de déplacements rapides

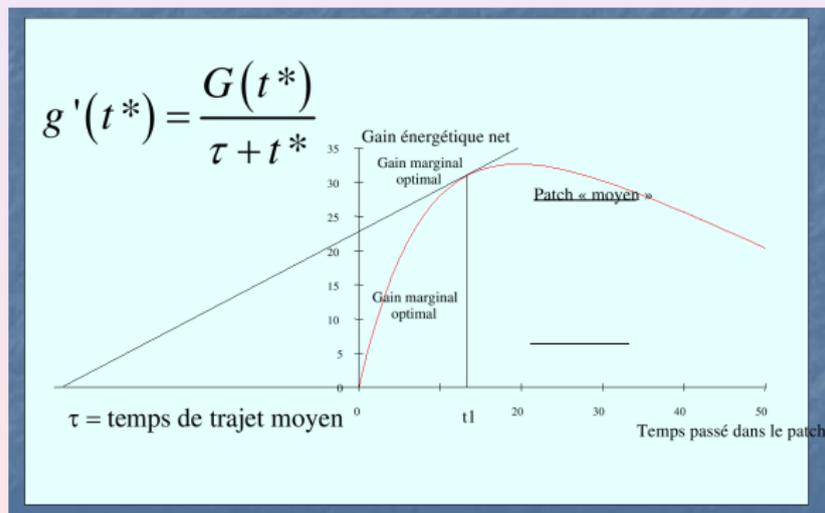


# Plan

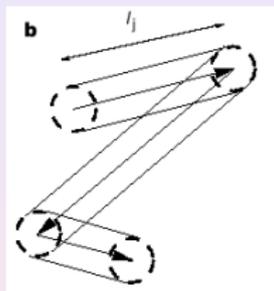
- 1 Introduction
- 2 **Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux**
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 **Temps de résidence en milieu confiné**
- 5 **Conclusion**

# Optimal Foraging Theory

Elle est basée sur le **théorème de la valeur marginale** (Charnov, 1976)



# Le modèle de Viswanathan



Vols de Lévy:

$$P(l_j) \sim l_j^{-\mu}$$

- recherche **non destructive**  
taux de rencontre optimal pour  $\mu = 2$
- recherche **destructive**  
mouvement balistique !

Que se passe-t-il si le mouvement dégrade la perception ?

# Plan

- 1 Introduction
- 2 **Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux**
  - Ce qui a été fait
  - **Modèle**
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

Introduction

**Modèle sur les animaux**

Processus de recherche intermittent et téléportation

Temps de résidence en milieu confiné

Conclusion

Ce qui a été fait

**Modèle**

Comparaison expérimentale

# Quel est le point commun entre ces animaux ?



# Stratégie de recherche intermittente en écologie comportementale

Observations [Bell, O'Brien, Kramer]  
de nombreux animaux adoptent un comportement  
"saltatoire":

- Des phases de **déplacement** alternent avec des phases **stationnaires**
- Les durées de ces phases **varient largement** selon les espèces
- Il semble y avoir une **corrélacion** entre ces durées

Peut-on justifier ces observations par un modèle cinétique ?

# Stratégie de recherche intermittente en écologie comportementale

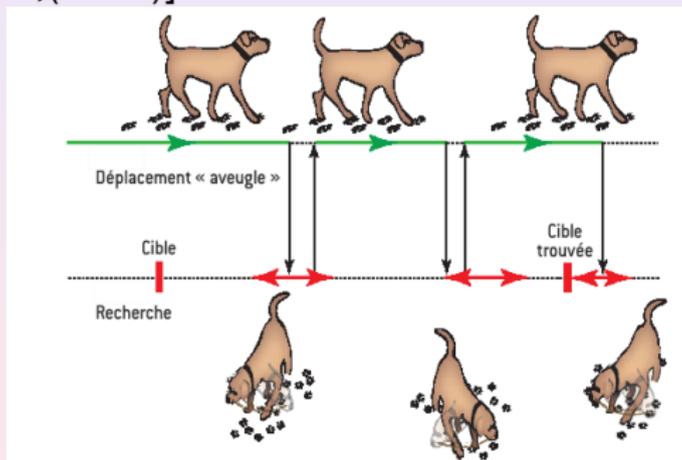
Observations [Bell, O'Brien, Kramer]  
de nombreux animaux adoptent un comportement  
"saltatoire":

- Des phases de **déplacement** alternent avec des phases **stationnaires**
- Les durées de ces phases **varient largement** selon les espèces
- Il semble y avoir une **corrélacion** entre ces durées

Peut-on justifier ces observations par un modèle cinétique ?

# Modèle à 2 états (modèle 1D)

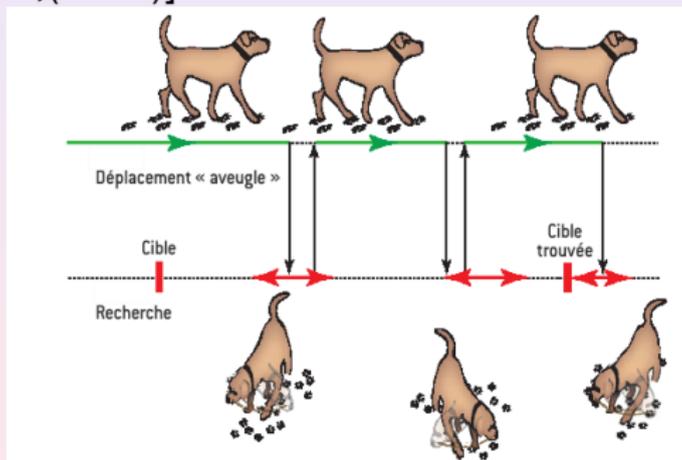
[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de recherche minutieuse
- état 2: état de déplacement pur

## Modèle à 2 états (modèle 1D)

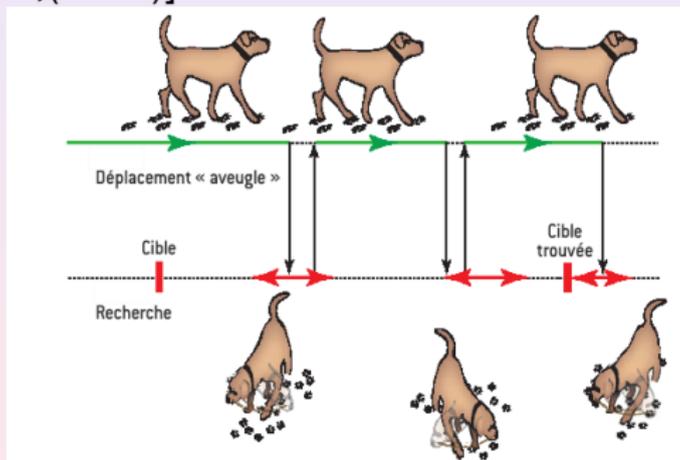
[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de **recherche minutieuse**
- état 2: état de **déplacement pur**

## Modèle à 2 états (modèle 1D)

[PRL, (2005)], [J. Phys.: Cond. Matter, (2005)], [Physica A, (2005)]



- état 1: état de **recherche minutieuse**
- état 2: état de **déplacement pur**

# Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée  $T_1$ :
  - Déplacement diffusif :

$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée  $T_2$ :
  - Déplacement balistique :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

# Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée  $T_1$ :
  - Déplacement diffusif :

$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée  $T_2$ :
  - Déplacement balistique :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

# Modélisation du chercheur

- Phase 1 de durée  $T_1$ :
  - Déplacement **diffusif** :

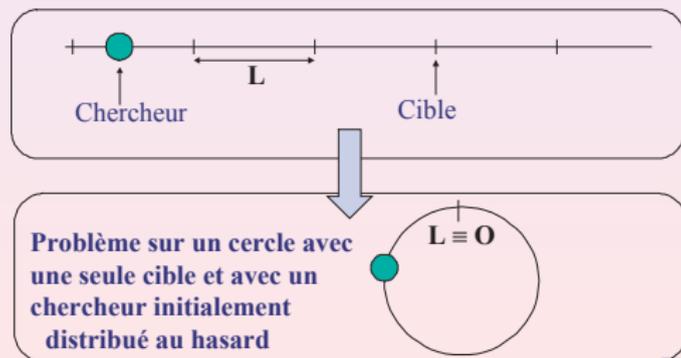
$$Prob(T_1 > t) = e^{-\lambda_1 t}$$

- Phase 2 de durée  $T_2$ :
  - Déplacement **balistique** :

$$Prob(T_2 > t) = e^{-\lambda_2 t}$$

## Modélisation des cibles

- situation réelle: les cibles sont cachées en des sites inconnus, distribués **au hasard**, avec une basse densité
- modélisation: la distribution des cibles est supposée **régulière**



# Efficacité du processus de recherche

- Que vaut le **temps de recherche**  $\langle T \rangle$  ?

$$\langle T \rangle \equiv \frac{1}{L} \int_0^L t(x, 1) dx$$

où  $t(x, i)$  = temps moyen de premier passage,  
et  $L$  = distance entre les cibles

- Quelle est la **stratégie optimale** de recherche par rapport aux fréquences  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  ?

⇒ Méthodes: équations différentielles vers le passé de  
**Chapman-Kolmogorov**

# Mise en équations

En utilisant l'équation différentielle de **Chapman-Kolmogorov** vers le passé, on obtient :

$$\begin{cases} D \frac{\partial^2 t(x,1)}{\partial x^2} + \lambda_1 [t(x,2) - t(x,1)] = -1 \\ v \frac{\partial t(x,2)}{\partial x} + \lambda_2 [t(x,1) - t(x,2)] = -1 \end{cases}$$

Avec des **conditions aux limites périodiques**:

$$\begin{cases} t(0,1) = t(L,1) = 0 \\ t(0,2) = t(L,2) \end{cases}$$

# Temps de recherche

Dans la limite de basse densité,  $L \gg \frac{v}{\lambda_2}, \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}}, \frac{\lambda_2 D}{\lambda_1 v}$

$$\langle T \rangle \simeq \frac{L}{2v} \left( \frac{1}{\lambda_1 \tau} + \frac{1}{\lambda_2 \tau} \right) \frac{\tau^2 \lambda_2^2 + 2\lambda_1 \tau}{\sqrt{\tau^2 \lambda_2^2 + 4\lambda_1 \tau}}$$

où  $\tau = \frac{D}{v^2}$

$\Rightarrow \langle T \rangle$  dépend **linéairement** de  $L$  !

# Optimisation du temps de recherche $\langle T \rangle (\lambda_1, \lambda_2)$

- Pas de minimum global pour  $\langle T \rangle (\lambda_1, \lambda_2)$
- mais  $\lambda_1$  est borné par  $\lambda_{1max}$  (l'analyse des informations reçues par les organes sensoriels requiert un minimum de temps)
- alors  $\langle T \rangle$  est minimum quand

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lambda_{1max} \\ \lambda_2^5 + \frac{6}{\tau} \lambda_1 \lambda_2^3 - \frac{8}{\tau^2} \lambda_1^3 = 0 \end{cases}$$

# Lois d'échelle

- Si  $\lambda_{1max} \ll \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda_2 = \left(\frac{4}{3\tau}\right)^{\frac{1}{3}} \lambda_1^{\frac{2}{3}}$

Dans ce régime **S**, le chercheur passe **plus de temps à chercher qu'à se déplacer**

- Si  $\lambda_{1max} \gg \frac{1}{\tau} \Rightarrow \lambda_2 = \left(\frac{8}{\tau^2}\right)^{\frac{1}{5}} \lambda_1^{\frac{3}{5}}$

Dans ce régime **M**, le chercheur passe **plus de temps à se déplacer qu'à chercher**

Remarque:  $\tau$  dépend a priori de la nature de l'animal

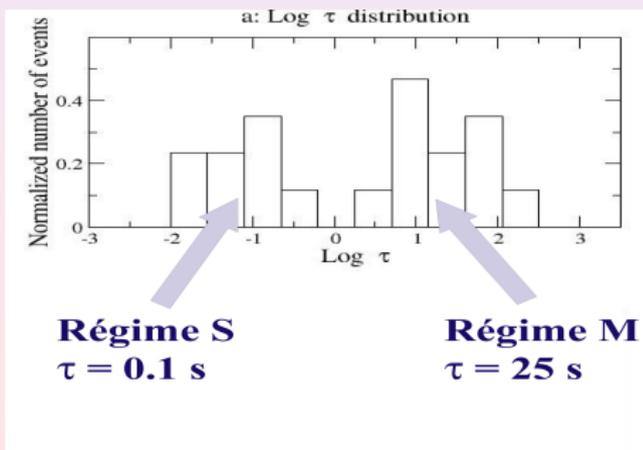
# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - **Comparaison expérimentale**
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

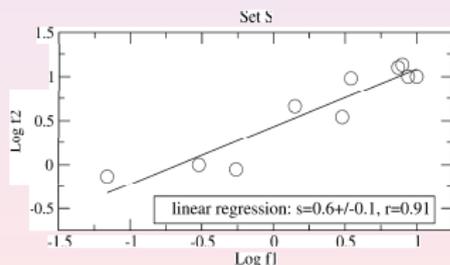
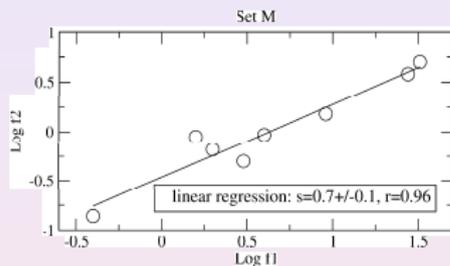
# Stratégie Optimale / Comparaison Expérimentale 1

Des **données expérimentales** pour  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont disponibles pour des poissons, des oiseaux et des lézards (18 espèces ...)

**Histogramme de  $\tau$**  obtenu pour  $\lambda_2^5 + \frac{6}{\tau} \lambda_1 \lambda_2^3 - \frac{8}{\tau^2} \lambda_1^3 = 0$



# Stratégie Optimale / Comparaison Expérimentale 2



- $\lambda_2 \propto \lambda_1^{5/3}$  animaux passant **plus de temps à se déplacer** qu'à chercher

- $\lambda_2 \propto \lambda_1^{2/3}$  animaux passant **plus de temps à chercher** qu'à se déplacer

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

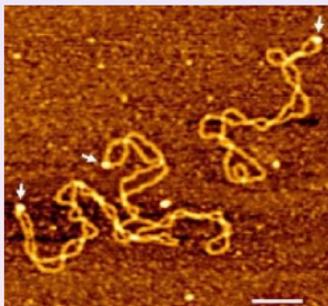
# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN**
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Protéine cherchant un site cible sur l'ADN



ADN : plus de  $10^5$  paires de base

site cible: quelques paires de base

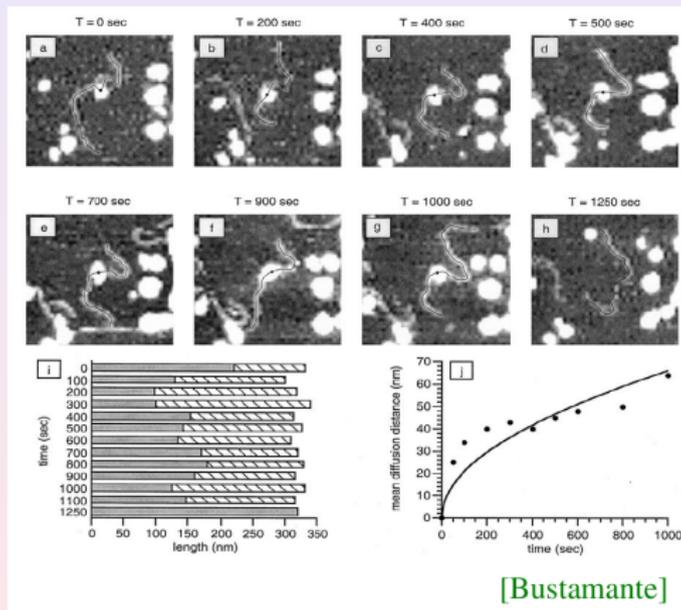
⇒ Recherche **difficile**

Temps de réaction après **diffusion 3D** (Smoluchowski)  $\sim$   
1/rayon de la cible

Temps de réaction après **diffusion 1D**  $\sim$  (*longueur de l'ADN*)<sup>2</sup>

⇒ **Modèle** : intermittence 1D/3D [Berg et all (1981)]

## Diffusion 1D



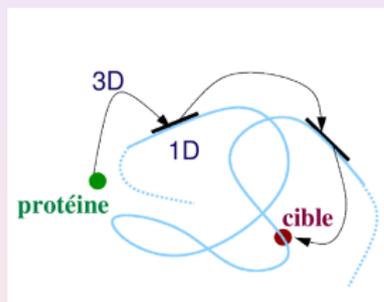
$$\langle t \rangle \sim \frac{L^2}{D} \text{ trop lent !}$$

# Comment une protéine enzymatique trouve-t-elle son site cible sur l'ADN ?

Temps 1D

$$P_{1D} = \lambda_1 \exp^{-\lambda_1 t}$$

$$\langle t_{1D} \rangle = 1/\lambda_1$$



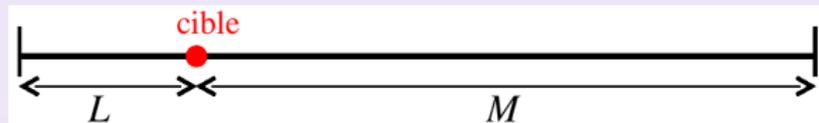
Temps 3D

$$P_{3D} = \lambda_2 \exp^{-\lambda_2 t}$$

$$\langle t_{3D} \rangle = 1/\lambda_2$$

**Hypothèse:** pas de **corrélations** dans les excursions 3D  
 $\Rightarrow$  **position aléatoire** après chaque excursion 3D

Temps de premier passage sur la cible ?  
 Stratégie optimale par rapport à  $\lambda_1$  ?

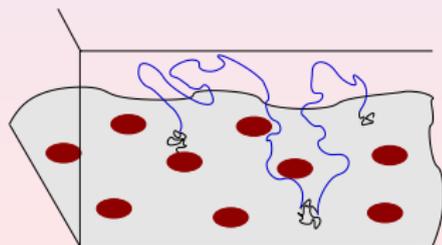
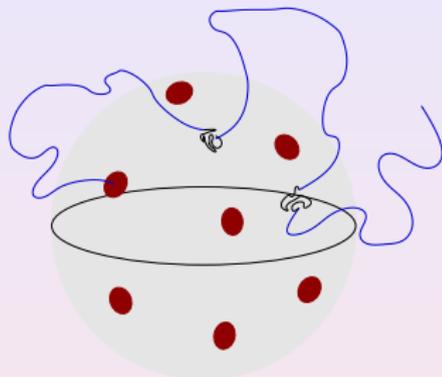


$$\langle T \rangle = \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \left[ \frac{\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} (L+M)}{\tanh(\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} L) + \tanh(\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}} M)} - 1 \right]$$

$\langle T \rangle$  croît **linéairement** avec la longueur du brin d'ADN  
 $l = L + M$ .

Dans la limite des grandes tailles, la **stratégie optimale** est vérifiée pour  $\lambda_1 = \lambda_2$

[J. Chem. Phys., (2007)]



### Exemples d'application

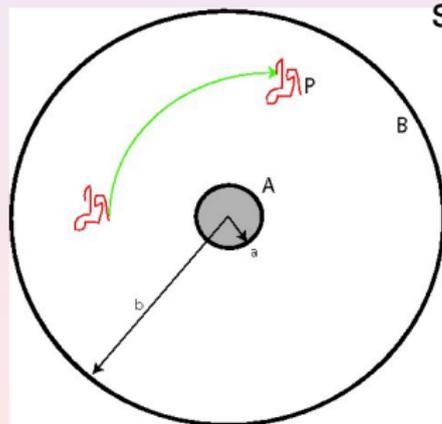
- Transport à travers des **membranes biologiques** (membranes cellulaires, nucléaires, ...)
- **Catalyse hétérogène**

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique**
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique 1

Soit un point  $P$  cherchant une cible immobile dans un système à symétrie sphérique par intermittence,



- Régime 1 : **diffusion isotropique**
- Régime 2 : **"téléportation"** c'est à dire repositionnement aléatoire avec une probabilité uniforme en chaque point de la sphère.

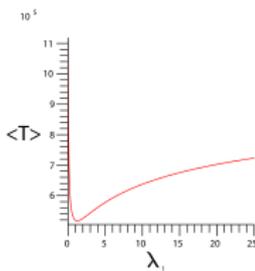
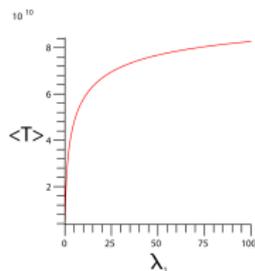
Soit  $\hat{F}(s)$  la transformée de Laplace de la densité de probabilité du temps de premier passage.

$$\hat{F}(s) = \frac{\langle \tilde{j}_1(\lambda_1 + s | \mathbf{x}) \rangle_B + \frac{v(A)}{v(B)}}{1 - \frac{1 - \frac{v(A)}{v(B)} - \langle \tilde{j}_1(\lambda_1 + s | \mathbf{x}) \rangle_B}{(1 + \frac{s}{\lambda_1})(1 + \frac{s}{\lambda_2})}}$$

Par définition, le **temps de premier passage** s'écrit :

$$\langle t \rangle = - \left( \frac{\partial \hat{F}(s)}{\partial s} \right)_{s=0}$$

# Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique 2



Après quelques calculs, on a

$$\langle t \rangle = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{[(\frac{b}{a})^d - 1] \bar{X}_\nu + \frac{d}{a} \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}} \bar{Y}_\nu}{\bar{X}_\nu - \frac{d}{a} \sqrt{\frac{D}{\lambda_1}} \bar{Y}_\nu}$$

$$\bar{X}_\nu = K_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_\nu(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}) + K_\nu(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})$$

$$\bar{Y}_\nu = K_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}) - K_{\nu-1}(a\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})I_{\nu-1}(b\sqrt{\frac{\lambda_1}{D}})$$

**limite de basse densité:**  $b^d \gg a^d$  et  $b^2 \gg \frac{D}{\lambda_1}$

**temps d'attente courts:**  $\tau_1 \ll \tau \equiv \frac{a^2}{D}$

Le temps moyen de premier passage s'écrit

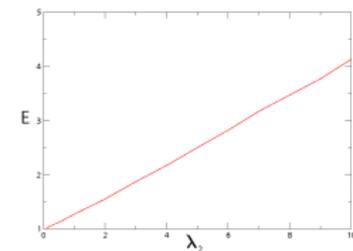
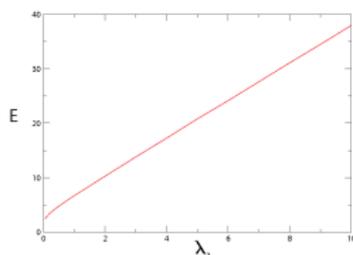
$$\langle t \rangle \sim \frac{1}{2} \left( \frac{b}{a} \right)^d \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{x}{x + d}$$

avec  $x = a \sqrt{\frac{\lambda_1}{D}}$

La **valeur optimale** de  $\lambda_1$  varie comme

$$\lambda_1 \sim \left( \frac{2}{d} \right)^2 \frac{a^2}{D} \lambda_2^2$$

temps caractéristique  $\tau \equiv \frac{a^2}{D}$



L'**efficacité** de l'intermittence peut être caractérisé par le rapport  $E = \frac{\langle t \rangle_{diff}}{\langle t \rangle_{min}}$

$$E = \begin{cases} \frac{2}{3} \frac{ab}{D\tau_2} = \frac{2}{3} \frac{b}{a} \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d = 1 \\ \frac{a^2}{D\tau_2} \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d = 2 \\ \frac{2}{d(d-2)} \frac{\tau}{\tau_2} & \text{si } d \geq 3 \end{cases}$$

**temps d'attente longs:**  $\tau_1$  et  $\tau_2 \gg \tau$

A **une dimension**: la valeur optimale de  $\lambda_1$  est  $\lambda_1 \sim \lambda_2$

$$\text{d'où } \langle T \rangle_{\min} \sim \frac{2b}{\sqrt{D}} \sqrt{\tau_2}$$

$$\text{et l'efficacité } E = \frac{2}{3} \frac{b}{a} \sqrt{\frac{\tau}{\tau_2}}$$

A **deux dimensions**, la valeur optimale de  $\lambda_1$  est

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{\ln(\gamma)} \left[ 1 - \frac{\ln(\gamma)}{\gamma} \right] \text{ avec } \gamma = \left| \ln\left(\frac{a^2 \lambda_2}{D}\right) \right|$$

$$\text{d'où } \langle T \rangle_{\min} \sim \frac{b^4}{4D} [\gamma + \ln(\gamma)]$$

$$\text{et l'efficacité } E \sim \frac{\ln\left(\frac{b^2}{a^2}\right)}{\ln\left(\frac{\tau_2}{\tau}\right)}$$

A **trois dimensions**, la valeur optimale de  $\lambda_1$  est

$$\lambda_1 = \frac{D}{a^2} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{a^2 \lambda_2}{D}} \right]^2$$

$$\text{d'où } \langle t \rangle_{\min} = \frac{b^3}{Da} \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{\lambda_2 a^2}{D}}}$$

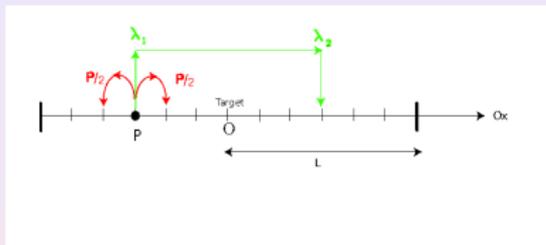
$$\text{et l'efficacité est } E = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{\tau}{\tau_2}} \right) \geq 1$$

L'intermittence permet de réduire le temps de recherche à 1 et 2 dimensions mais perd de son intérêt à plus haute dimension.

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D**
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Téléportation dans un réseau régulier à 1D



On a

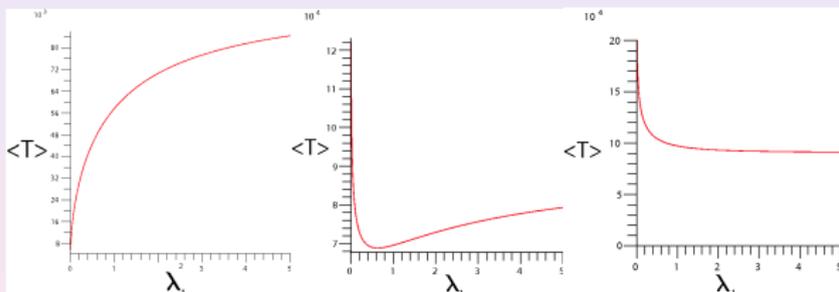
$$\hat{F}(s) = \frac{\langle j_1(s|x) \rangle + \frac{1}{2L+1}}{1 - \frac{1 - \frac{1}{2L+1} - \langle j_1(s|x) \rangle}{(1 + \frac{s}{\lambda_1})(1 + \frac{s}{\lambda_2})}}$$

Le **temps moyen de premier passage** est

$$\langle t \rangle = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{2L(\lambda_1 + p - \alpha)(\alpha^{2L+1} + p^{2L+1}) - p(p + \alpha)(p^{2L} - \alpha^{2L})}{(2p + \lambda_1)(p^{2L+1} - \alpha^{2L+1})}$$

avec  $\alpha = \lambda_1 + p - \sqrt{\lambda_1} \sqrt{\lambda_1 + 2p}$

$\langle t \rangle$  peut avoir trois comportements possibles:



(i) si  $\frac{\rho}{\lambda_2} < \frac{2L}{2L+1}$

(ii) si  $\frac{2L}{2L+1} < \frac{\rho}{\lambda_2} < \frac{2}{15}(3 + L + L^2)$

(iii) si  $\frac{\rho}{\lambda_2} > \frac{2}{15}(3 + L + L^2)$

Pour de basse densité,  $L \rightarrow \infty$ ,  $\langle t \rangle$  peut être approximé par

$$\langle t \rangle = 2 \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \frac{\rho}{\lambda_1}}} L$$

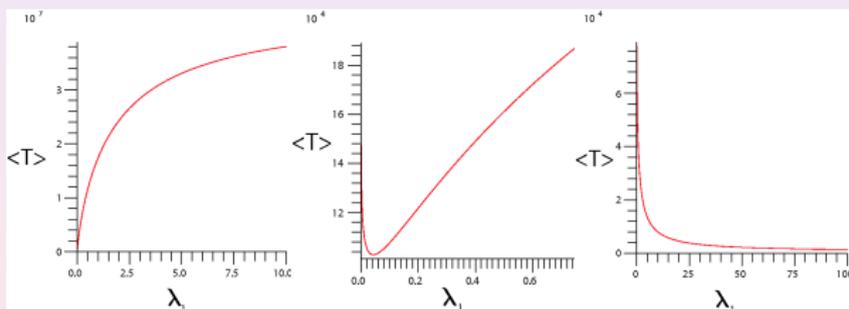
La **valeur optimale de  $\lambda_1$**  est donnée par

$$\lambda_1 = \frac{\rho}{\rho - \lambda_2} \lambda_2$$

Si  $\rho \gg \lambda_2$ , la marche aléatoire est approximativement une diffusion et on trouve que  $\lambda_1 \sim \lambda_2$ , comme dans le cas continu à une dimension.

# Téléportation dans un réseau régulier à 2D

$\langle t \rangle$  peut avoir trois comportements possibles à 2D aussi :



# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

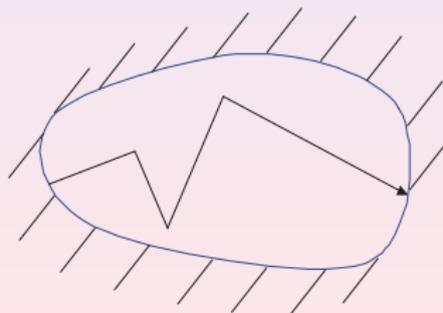
# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Influence d'un confinement géométrique sur le temps de première rencontre entre les partenaires de réaction

Statistiques de premier passage d'une particule brownienne en milieu confiné

[Europhys. Lett.,(2005)]



# Propriétés de "retour"

## Ce qui a été fait

- **Blanco, Fournier (2003):**

Marcheur de Pearson 3D: vitesse  $v$ , fréquence  $\lambda$

$$\langle t_1 \rangle_{\Sigma} = \frac{\eta_d V}{v \Sigma}$$

⇒ indépendant de  $\lambda$  !

- **Mazzolo (2004):**

Relation entre les moments

$$\langle t_{n-1} \rangle_V = \frac{\langle t_{n-1} \rangle_{\Sigma}}{n \langle t_1 \rangle_{\Sigma}}$$

# démonstration des temps de première sortie 1

Soit  $p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v})$  la densité de probabilité conditionnelle qu'au temps  $t$  la particule soit à la position  $\vec{r}'$  avec une vitesse  $\vec{v}'$ , sachant qu'elle est partie initialement de la position  $\vec{r}$  avec une vitesse  $\vec{v}$ .

L'équation de **Chapman-Kolmogorov** vers le passé donne

$$\begin{aligned} \partial_t p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}) &= \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}) \\ &+ \frac{\lambda}{\sigma_d} \int d\vec{v}'' [p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v}'') - p(\vec{r}', \vec{v}', t | \vec{r}, \vec{v})] \end{aligned}$$

où  $\sigma_d = \frac{2\pi^{\frac{d}{2}}}{\Gamma(\frac{d}{2})}$

## démonstration des temps de première sortie 2

Soit  $t_n(\vec{r}, \vec{v})$  le  $n$ -ième moment du temps de première sortie, qui vérifie  $t_n(\vec{r}, \vec{v}) = 0$  à la frontière absorbante ( $\vec{r} \in \Sigma$ ), pour tout  $n \geq 1$  et pour une vitesse dirigée vers l'extérieur.

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} t_n(\vec{r}, \vec{v}) + \frac{\lambda}{\sigma_d} \int d\tilde{v}'' (t_n(\vec{r}, \tilde{v}'') - t_n(\vec{r}, \vec{v})) = -n t_{n-1}(\vec{r}, \vec{v}),$$

En remarquant que la quantité symétrique  $\int d\tilde{v} d\tilde{v}'' t_n(\vec{r}, \tilde{v}'') - \int d\tilde{v} d\tilde{v}'' t_n(\vec{r}, \vec{v})$  est évidemment égale à zéro, et que  $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} t_n(\vec{r}, \vec{v}) = \text{div}(t_n(\vec{r}, \vec{v})\vec{v})$ , l'intégration sur toutes les positions et toutes les vitesses initiales possibles donne :

$$\int d\tilde{v} \int_V d\vec{r} \text{div}(t_n(\vec{r}, \vec{v})\vec{v}) = -n \int d\tilde{v} \int_V d\vec{r} t_{n-1}(\vec{r}, \vec{v}).$$

## démonstration des temps de première sortie 3

En appliquant le théorème de Gauss de la divergence sur le membre de gauche :

$$\langle t_n \rangle_{\Sigma} = \eta_d \frac{n V}{V \Sigma} \langle t_{n-1} \rangle_V,$$

où les deux moyennes sont définies pour toute fonction  $f$  par :

$$\langle f \rangle_{\Sigma} = -\frac{1}{V \Sigma \alpha_d} \int d\tilde{\mathbf{v}} \int_{\Sigma} d\vec{\Sigma} \cdot \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}), \text{ et } \langle f \rangle_V = \frac{1}{V \sigma_d} \int d\tilde{\mathbf{v}} \int_V d\vec{r} f(\vec{r}, \vec{v})$$

avec  $\alpha_d = \frac{2\pi^{\frac{d-1}{2}}}{(d-1)\Gamma(\frac{d-1}{2})}$  est le flux d'un vecteur unitaire distribué de façon isotrope à travers une surface unité, et

$\eta_d = \frac{\sigma_d}{\alpha_d} = \sqrt{\pi}(d-1) \frac{\Gamma(\frac{d-1}{2})}{\Gamma(\frac{d}{2})}$  est une constante dépendant de la dimension.

# Influence d'un confinement géométrique

Nos extensions en utilisant l'équation différentielle de **Chapman-Kolmogorov vers le passé**

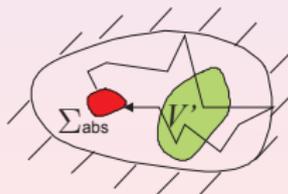
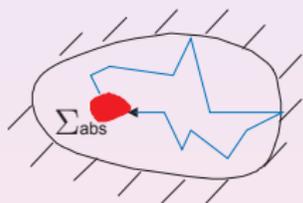
- **Conditions aux limites** générales:

$$\langle t_1 \rangle_{\Sigma_{abs}} = \frac{\eta_d}{v} \frac{V}{\Sigma_{abs}}$$

- Temps de résidence **dans un sous domaine** de volume  $V'$

$$\langle \tau_1 \rangle_{\Sigma_{abs}} = \frac{\eta_d}{v} \frac{V'}{\Sigma_{abs}}$$

- Processus stochastiques généraux



# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 **Processus de recherche intermittent et téléportation**
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Stratégies de recherche intermittente de cibles par des animaux
  - Ce qui a été fait
  - Modèle
  - Comparaison expérimentale
- 3 Processus de recherche intermittent et téléportation
  - Protéine cherchant un site cible sur l'ADN
  - Téléportation dans un système continu à symétrie sphérique
  - Téléportation dans des réseaux réguliers à 1D et à 2D
- 4 Temps de résidence en milieu confiné
- 5 Conclusion

# Conclusion

- Le temps moyen de premier passage  $\langle T \rangle$  est un bon paramètre pour étudier les processus de recherche.
- L'intermittence est un processus très efficace pour optimiser la recherche
- Elle est observée à différentes échelles
- Efficacité de la téléportation à basse dimension

# Perspectives

- Modèles très simples encore à développer
- Examiner le cas d'une distribution aléatoire de cibles
- Mieux étudier les effets de mémoire spatiale et temporelle
- Etudier les interactions entre différents chercheurs et différentes cibles au moins numériquement.
- De nombreuses applications en biologie comportementale, en biologie moléculaire, en chimie...

## Publications

[1] *Averaged residence times of stochastic motions in bounded domains* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *Europhys. Lett.*, **70**, 42, (2005).

[2] *Optimal search strategies for hidden targets* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *PRL*, **94**, 198101, (2005).

[3] *A stochastic model for intermittent search strategies* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *J. Phys.: Condens. Matter* , **17**, 4275 (2005).

[4] *A stochastic theory for intermittent behaviour of foraging animals* O. Bénichou, M. Coppey, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez., *Physica A* , **356**, 151 (2005).

**[5]** *Intermittent search process and teleportation* O. Bénichou, M. Moreau, P.H. Suet, and R. Voituriez, J. Chem. Phys. , (2007).

**[6]** *Intermittent search process : Chance against Strategy* M. Moreau, O. Bénichou, C.Loverdo, P.H. Suet, and R. Voituriez, , (2007).

## Références

Viswanathan G.M., Buldyrev S.V., Havlin S., da Luz M.G.E., Raposo E.P., Stanley H.E., *Optimizing the success of random searches*, Nature, **401**, 911, (1999)

Berg O.G., Winter R.B., von Hippel P.H., Biochemistry **20**, 6929, (1981)

Blanco S., Fournier R., *An invariance property of diffusive random walks*, Europhys. Lett., **61**, 168, (2003)

Mazzolo A., *Properties of diffusive random walks in bounded domains*, Europhys. Lett., **68**, 350, (2004)