

DST MP2I 2023-2024 à Janson de Saily

M. Suet

DST : Physique-Chimie

Janson de Saily
Janson de Saily
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : **2 heure et 50 minutes.** — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 3 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 6 pages numérotées de 1 à 6, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases!*

- I. Rayonnement électro-magnétique par la matière interstellaire
- II. Système d'asservissement du faisceau laser d'un lecteur CD-DVD
- III. Endoscope

Compétences				
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Analyse dimensionnelle Lois de Snell-Descartes Lentilles minces	Exploiter les formules de conjugaison de Descartes et du grandissement Construire l'image d'un objet à l'aide de rayons lumineux

Exercice 1 Rayonnement électro-magnétique par la matière interstellaire

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

L'hydrogène est l'élément chimique le plus léger, de numéro atomique $Z = 1$ et de symbole H. Il est le principal constituant de la plupart des étoiles, dont l'énergie provient de la fusion thermonucléaire de cet hydrogène, et de la matière interstellaire. La simplicité de sa structure, un noyau contenant un unique proton entouré d'un unique électron, permet une étude théorique et expérimentale approfondie de ses propriétés.

Partie 1 - Énergie de l'électron d'un atome d'hydrogène

La mécanique quantique permet d'établir que l'énergie de l'électron d'un atome d'hydrogène ne peut prendre qu'un nombre discret de valeurs, appelés niveaux d'énergie. Ces niveaux d'énergie E_n , quantifiés par un entier $n \geq 1$, sont caractérisés par la relation $E_n = -\frac{E_1}{n^2}$ où E_1 est appelée énergie d'ionisation de l'atome. Une énergie négative correspond à un état de l'électron lié au noyau tandis qu'une énergie positive correspond à un état ionisé, l'électron quittant alors le noyau. On donne $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg la masse de l'électron, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C sa charge, $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12}$ m⁻³.kg⁻¹.s⁴.A² la constante électrique et $h = 6,64 \cdot 10^{-34}$ J.s la constante de Planck.

1/ À l'aide d'une formule de votre choix, montrer que la dimension d'une énergie est [énergie] = M.L².T⁻². En déduire la dimension de la constante de Planck h .

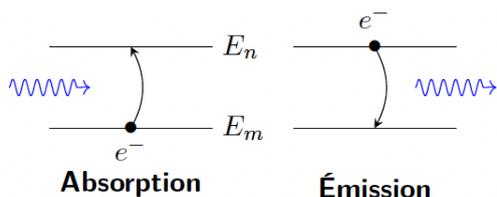
2/ On suppose que l'énergie E_1 s'exprime par une loi d'échelle de la forme $E_1 = k \times m^\alpha \times e^\beta \times (\epsilon_0 \times h)^\gamma$ où k est une constante adimensionnée et (α, β, γ) sont des entiers relatifs. Par analyse dimensionnelle, déterminer α, β, γ . On pourra commencer par déterminer la dimension du produit $\epsilon_0 \times h$.

3/ La théorie indique que $k = \frac{1}{8}$. Déterminer la valeur numérique, en joules, de l'énergie E_1 .

4/ Pour la suite, on prendra $E_1 = 13,6$ eV où 1 eV = 1,6.10⁻¹⁹J (l'électron-volt est une unité couramment utilisée pour les énergies atomiques). Calculer les valeurs des premiers niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène (E_1, E_2, E_3, \dots) puis les positionner sur un axe horizontal d'énergie gradué en eV. Quelle est l'énergie la plus basse que puisse avoir l'électron ? Quelle est l'énergie la plus élevée ?

Partie 2 - Spectroscopie de l'atome d'hydrogène

Un électron dans un atome peut absorber ou émettre un photon. Lors d'une absorption, il gagne de l'énergie et va passer d'un état m d'énergie E_m vers un état n d'énergie E_n supérieure. Lors d'une émission, l'électron perd de l'énergie en passant d'un état n vers un état m d'énergie inférieure en émettant un photon. L'énergie E du photon absorbé ou émis correspond à la différence d'énergie $\Delta E = E_n - E_m$ entre les niveaux $E_n = \Delta E$



5/ Rappeler l'expression, faisant intervenir la constante de Planck, de l'énergie E d'un photon de fréquence ν . En déduire l'expression de E en fonction de h , de c la vitesse de la lumière et de λ la longueur d'onde dans le vide.

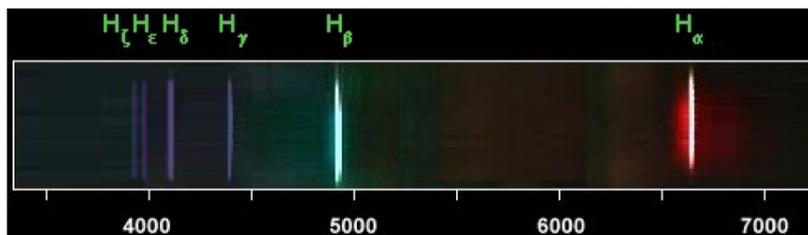
6/ Montrez que la longueur d'onde λ_{nm} d'un photon émis par un atome d'hydrogène suite à une transition $n \rightarrow m$ peut se mettre sous la forme

$$\frac{1}{\lambda_{nm}} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

où la constante de Rydberg R s'exprime en fonction de h , c et E_1 . Pour la suite, on prendra $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$.

7/ Dans quelle gamme spectrale (U.V., visible ou I.R.) se trouve un photon émis lors d'une transition d'un état $n > 1$ vers l'état $m = 1$? (série spectrographique de Lyman). On pourra calculer la longueur d'onde maximale d'un photon émis, correspondant à la transition de plus basse énergie.

8/ Montrer que les seules transitions produisant de la lumière visible sont les transitions vers le niveau $m = 2$. Il s'agit de la série spectrographique de Balmer, représentée ci-contre.



Lorsque l'on observe la nébuleuse d'Orion, on constate qu'elle a une couleur rouge correspondant à une longueur d'onde de 657 nm.

9/ Justifier pourquoi on peut penser que le gaz qui compose Orion est de l'hydrogène.

Exercice 2 Système d'asservissement d'un lecteur CD-DVD

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Le positionnement de la cellule de lecture (ou tête de lecture) sur le disque doit être assuré avec précision, afin que la tache lumineuse du faisceau laser focalisé sur le disque soit la plus fine possible et qu'elle soit correctement positionnée sur le sillon.

Du fait des défauts du disque (planéité imparfaite, légère excentricité du trou, ...), il est nécessaire d'asservir la position de la tête de lecture à celle de la piste qu'elle doit lire. Nous nous intéressons dans cette partie uniquement à la détection de cette erreur de focalisation.

Partie 1 : Déviatoin d'un rayon lumineux par un prisme

Un prisme d'indice n et d'angle au sommet A est représenté sur la figure 1. Un rayon incident arrive sur la face d'entrée avec un angle i par rapport à la normale. Les angles dans le prisme sont notés r et r' par rapport aux normales respectives, et l'angle de sortie i' . La déviation globale entrée-sortie est notée D .

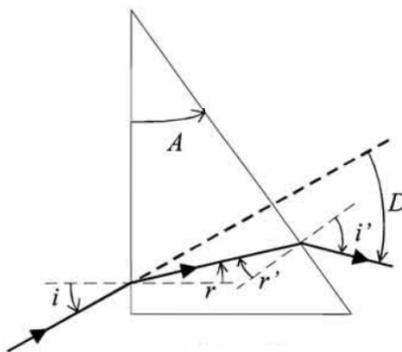


Figure 1

- 1/ Rappeler les lois de Snell-Descartes pour un dioptre quelconque. En déduire deux relations vérifiées par les angles i , r , r' et i' .
- 2/ Établir le lien entre r , r' et A .
- 3/ Exprimer la déviation D en fonction de i , i' et A .
- 4/ Montrer que dans l'approximation des petits angles, la déviation en valeur absolue vérifie $|D| = (n - 1)A$.
- 5/ Un prisme rectangle de petit angle A est disposé selon la configuration de la figure 2 : la face d'entrée est dans le plan yO_1z et la base dans le plan xO_1y . La longueur de sa base est notée b_1 et h_1 représente sa hauteur. Une source lumineuse ponctuelle S a pour coordonnées $(-d, 0)$ dans le plan xO_1z . On suppose que $d \gg h_1 \gg b_1$.

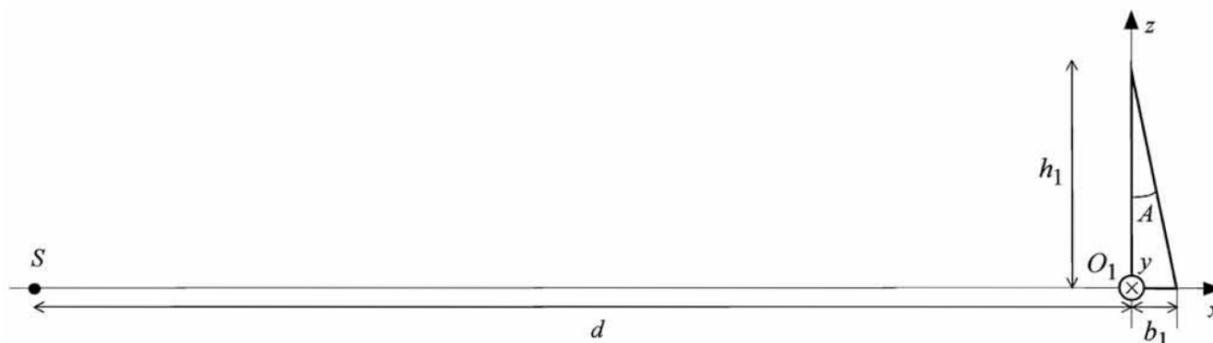


Figure 2

On admet qu'avec un stigmatisme approché, S donne à travers le prisme une image S' , qui a pour coordonnées $(-d, z_0)$ dans le plan xO_1z , avec $z_0 > 0$.

- 6/ Reproduire le schéma de la figure 2 sur votre copie, placer l'image S' de S , en prenant pour cette question uniquement $z_0 = \frac{h_1}{2}$. Tracer les parcours de deux rayons lumineux partant de S et traversant le prisme.

7/ Montrer, toujours dans le cadre de l'approximation des petits angles, que $z_0 = (n - 1)Ad$.

Partie 2 : Détection optique d'une erreur de focalisation

Il existe deux techniques couramment utilisées pour détecter un défaut de focalisation du faisceau lumineux sur le disque : l'une fait appel à une lentille astigmatique tandis que l'autre met en oeuvre un double coin prismatique.

Nous nous intéressons ici à la seconde technique, dont nous allons étudier le principe, mais avec un dispositif s'éloignant un peu de celui réellement utilisé, dans un souci de simplification. Ce dispositif, schématisé sur la figure 3, est constitué d'une lame semi-réfléchissante, d'une lentille L_2 , d'un double coin prismatique de hauteur totale $2h_1$, et d'un ensemble de 4 capteurs lumineux.

Le faisceau parallèle issu du LASER commence par traverser la lame semi-réfléchissante en direction du disque réfléchissant (direction parallèle à l'axe $O'z$). Après réflexion sur le disque une partie de la lumière est réfléchie par cette même lame semi-réfléchissante dans la direction de l'axe $O'x$.

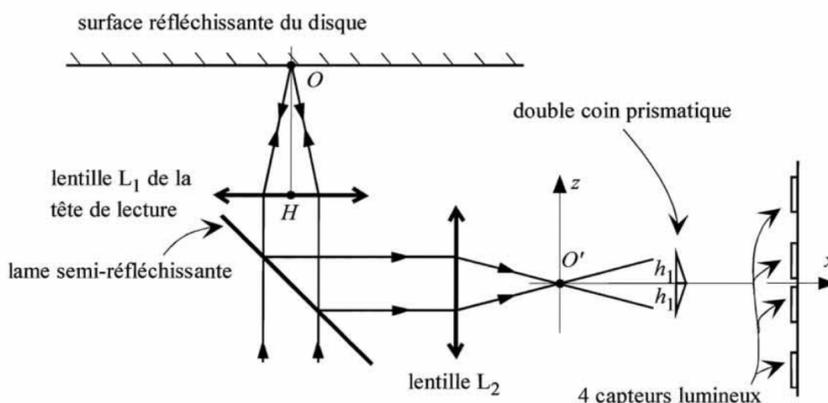


Figure 3

Le disque optique est assimilé à un miroir plan parfait. La focalisation est bonne lorsque le point O du disque optique est confondu avec le foyer image F'_1 de la lentille L_1 . À la sortie de la lentille L_2 , le faisceau converge alors au point O' , origine du repère $xO'z$ adopté pour cette partie. Supposons qu'une perturbation entraîne une légère translation du disque vers le bas sur la figure 3.

8/ En appliquant la loi de la réflexion pour un miroir, montrer par une construction représentant le disque et un faisceau que le point O de focalisation est écarté du miroir vers le bas lorsque la focalisation n'est pas bonne et se trouve ainsi sous F'_1 suivant l'axe OH .

9/ On note N le nouveau point de convergence des rayons après la traversée de L_2 . Indiquer où est situé N par rapport à O' , en justifiant.

10/ Où sont alors situées les deux images de N à travers le double prisme? Faire un schéma.

11/ Lorsque N est confondu avec O' , le faisceau lumineux issu du prisme du haut semble provenir de l'image O'_1 de O' à travers ce prisme, et recouvre la moitié de chacun des capteurs N^o3 et 4 , comme le montre la figure 4. Sans calcul, et à l'aide d'un schéma représentant les capteurs 3 et 4 en vue de face, décrire comment sont modifiées leurs zones éclairées (donc grisées) si le point N se trouve sur l'axe $O'x$ et par exemple légèrement décalé vers la droite de O' . Justifier.

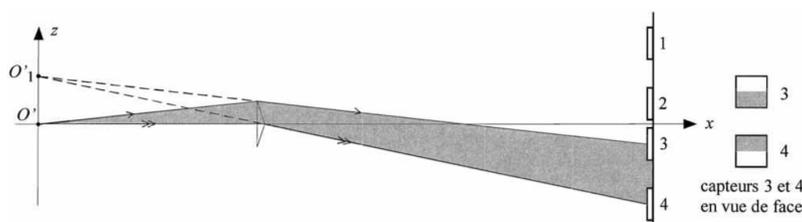


Figure 4

Des décalages de N selon les directions $O'x$ et $O'z$ conduisent à des modifications des zones illuminées des 4 capteurs, ce qui se traduit électriquement et débouche sur un traitement électronique.

Exercice 3 L'endoscope

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer



Un endoscope est un appareil d'optique utilisé en investigation paraclinique permettant l'observation, sous faible grossissement, de cavités et de conduits naturels : appareil digestif, appareil respiratoire. Le tube de l'endoscope comporte un objectif, un oculaire, et un système optique transportant l'image objective (qui sera étudié dans la deuxième partie du problème).

La lumière nécessaire à l'observation est conduite jusqu'à l'objet par un guide de lumière parallèle au tube endoscopique. L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière (de gauche à droite). Les objets et les images perpendiculaires à l'axe optique sont mesurés algébriquement sur l'axe orienté vers le haut de la page. Les conditions de l'approximation de Gauss sont supposées remplies.

Partie 1 : Objectif et oculaire

On assimile l'objectif à une lentille mince convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 10$ mm. L'objet \overline{AB} assimilé à un segment de droite perpendiculaire à l'axe optique (A sur l'axe) est placé, pour les conditions standard d'utilisation, à 50 mm devant le centre optique O_1 de L_1 .

1/ Déterminer la position $\overline{O_1A'}$ de l'image $\overline{A'B'}$ donnée par l'objectif.

2/ Calculer le grandissement γ .

3/ L'image $\overline{A'B'}$ est observée à travers un oculaire assimilé à une lentille mince convergente L_2 de centre O_2 , de distance focale image $f'_2 = \overline{O_2F'_2} = 20$ mm. Pour un œil normal effectuant une observation sans accommodation (observation à travers l'instrument d'une image $\overline{A''B''}$ située à l'infini), indiquer la place du foyer objet F_2 de l'oculaire.

4/ Calculer le grossissement commercial $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha_{pp}} \right|$, α_{pp} étant l'angle sous lequel serait vu directement, par l'oeil, l'objet AB placé à une distance $d_m = 250$ mm, et α' l'angle sous lequel est vue l'image finale $\overline{A''B''}$ dans les conditions standard d'utilisation.

Partie 2 : Système de transport de l'image de l'objectif

Pour allonger la distance entre l'objet et l'oculaire, on intercale une association de lentilles entre l'objectif et l'oculaire. L'image $\overline{A'B'}$ fournie par l'objectif est reprise par une série d'un nombre $2p$ pair de lentilles convergentes identiques ($p \in \mathbb{N}$), de distance focale f' , telles que le foyer image de l'une soit confondu avec le foyer objet de la suivante. Le foyer objet Φ_1 de la première lentille de la série est placé en A' . On note $\overline{A'_1B'_1}$ l'image de $\overline{A'B'}$ donnée par les deux premières lentilles (ces lentilles sont notées (l_1) et (l_2) de foyers objets respectifs Φ_1 et Φ_2 , leurs foyers image étant Φ'_1 et Φ'_2).

5/ Quelle est la position de $\overline{A'_1B'_1}$? On donnera pour cela la distance $\overline{A'A'_1}$.

6/ Sur un schéma représentant le système (l_1, l_2) et l'objet $\overline{A'B'}$, construire l'image $\overline{A'_1B'_1}$ à l'aide de trois rayons issus de B' .

7/ Quelle est la mesure algébrique $\overline{A'_1B'_1}$ de cette image en fonction de $\overline{A'B'}$?

8/ On utilise 34 lentilles semblables ($p = 17$), de distance focale $f' = 15$ mm. Sur quelle longueur est transportée l'image par cette association?

9/ Une lentille ne laisse passer qu'une fraction T de l'énergie lumineuse (à cause principalement des réflexions secondaires sur les faces air-verre). Pour une lentille ordinaire, $T = 0,900$. Quelle fraction de l'énergie lumineuse est effectivement transportée par ces 34 lentilles? Même question pour des lentilles antireflet multicouches, avec $T = 0,996$.

— Fin —

DST : Physique-Chimie



NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 3 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 5 pages numérotées de 1 à 5, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases !*

- I. Sonde de température
- II. Etincelle de rupture à l'ouverture d'un circuit inductif
- III. Course au sixième étage

Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

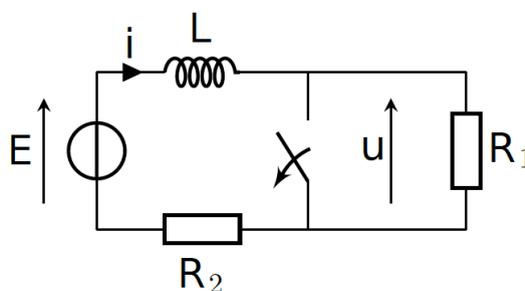
Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Loi des nœuds et des mailles Association de résistances Pont diviseur de tension et de courant Circuit RL Mouvements rectiligne, circulaire Système de coordonnées cylindriques Repère de Frenet	Etablir et résoudre l'équation différentielle du premier ordre

Exercice 1 Etincelle de rupture à l'ouverture d'un circuit inductif

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Lorsque l'on ouvre brutalement un circuit inductif, il apparaît aux bornes de l'interrupteur une tension très importante qui peut aller jusqu'à provoquer une étincelle. On parle d'étincelle de rupture (rupture fait référence à la rupture du courant). Ce phénomène peut être exploité, il est par exemple utilisé pour amorcer l'éclairage des néons que vous avez l'habitude de voir tous les jours au plafond du lycée et ailleurs, ou peut être néfaste, par exemple à l'arrêt d'un moteur électrique (le moteur se comporte comme un bobinage).

On considère donc le circuit ci-dessous, qui comporte une bobine. L'interrupteur sera d'abord considéré fermé, puis brusquement ouvert. On s'intéressera à la tension u pour voir si notre modélisation prédit quelque chose de remarquable.



On prendra $E = 10 \text{ V}$, $L = 1,0 \text{ H}$, $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega$.

Partie 1 : Régime permanent avec interrupteur fermé

On considère que l'interrupteur est fermé depuis longtemps, si bien que l'on est en régime permanent.

- 1/ Justifier sans calcul que l'intensité traversant la résistance R_1 est nulle.
- 2/ Que vaut la tension u ?
- 3/ Exprimer l'intensité i en fonction de grandeurs parmi E et R_2 .

Partie 2 : Régime transitoire après l'ouverture de l'interrupteur

On ouvre l'interrupteur. On définit l'instant $t = 0$ comme celui où l'interrupteur est brusquement ouvert.

- 4/ Déterminer, sans résoudre d'équation différentielle, l'expression de l'intensité qui traverse la bobine une fois le régime permanent atteint. On notera i_∞ cette valeur.
- 5/ En déduire l'expression u_∞ de u au bout d'un temps long.
- 6/ Démontrer soigneusement que juste après l'ouverture de l'interrupteur, l'intensité traversant la bobine vaut $i(0^+) = \frac{E}{R_2}$.
- 7/ En déduire la valeur $u(0^+)$ de la tension aux bornes de l'interrupteur juste après l'ouverture de l'interrupteur.

8/ Faire l'application numérique pour $i(0^+)$ et pour $u(0^+)$.

On étudie maintenant le régime transitoire qui suit l'ouverture de l'interrupteur.

9/ Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

10/ Résoudre l'équation différentielle précédente et montrer que

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} e^{-t/\tau} \right)$$

avec τ un paramètre dont on précisera l'expression.

11/ En déduire l'expression de $u(t)$, et tracer l'allure de $u(t)$ sur un graphique.

Partie 3 : Commentaires sur la valeur élevée de u

12/ Justifier rapidement que remplacer la résistance R_1 par un circuit ouvert revient à prendre $R_1 = +\infty$.

Justifier alors que d'après les questions précédentes, $u(0^+)$ diverge.

Pour mieux comprendre ce qu'il se passe alors, on fournit le document suivant, issu de Wikipedia :

Sous de fortes tensions, les électrons qui composent les atomes des molécules de l'air sont littéralement arrachés à leur orbite de valence pour participer à la conduction électrique : la foudre traverse alors l'atmosphère. La valeur du champ disruptif de l'air la plus communément admise est :

$$\|\vec{E}_{\text{disruptif(air)}}\| \approx 3,6 \times 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \approx 36\,000 \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1}$$

On peut interpréter de manière très simple cette formule en disant que, dans de l'air sec, il faut une différence de potentiel de 36 000 volts pour faire une étincelle entre deux électrodes planes distantes de 1 centimètre.

13/ Lorsque l'on ouvre l'interrupteur, on peut considérer que les parties métalliques qui étaient en contact ne le sont plus, et qu'elles sont distantes de 1 mm. Quelle doit être la valeur de u pour atteindre la valeur du champ disruptif ?

14/ Si u dépasse la valeur correspondant au champ disruptif, que se passe-t-il ?

Exercice 2 Sonde de température

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

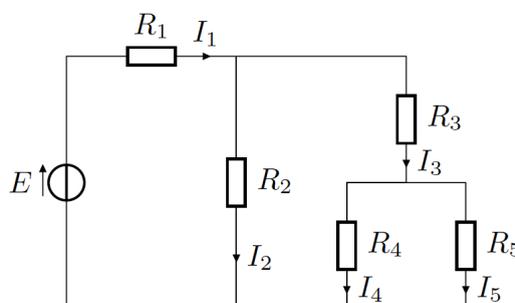
La température est après le temps, la deuxième grandeur physique la plus fréquemment mesurée. Le problème étudie différents dispositifs de mesure utilisant les variations de résistance d'une sonde de platine. Lorsque la température varie, la résistance R de la sonde varie et donc également la tension à ses bornes. La résistance R varie selon la loi :

$$R(T) = A.(1 + \alpha T)$$

où α et A sont considérées comme des constantes dans le domaine de températures envisagé. La température T est exprimée en degrés Celsius. On donne les valeurs suivantes pour A et α : $A = 100 \text{ USI}$ et $\alpha = 4.10^{-3} \text{ USI}$ où USI signifie, unité du système international. Les parties **1**, **2** et **3** de cet exercice sont indépendantes.

Partie 1 - Prise en main du dispositif électrique

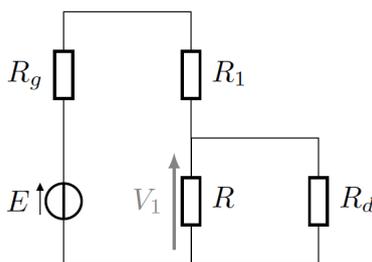
On considère le circuit ci-dessous. La force électromotrice E , les résistances R_1, R_2, R_3, R_4 et R_5 sont supposées connues.



- 1/ Établir un système d'équations permettant d'obtenir les cinq intensités I_1, I_2, I_3, I_4 et I_5 . On ne demande pas de résoudre le système.
- 2/ On se place dans le cas où les résistances sont toutes égales à R . Résoudre le système et déterminer I_1 puis I_2 en fonction de E et R .
On souhaite utiliser une autre méthode.
- 3/ Simplifier le circuit pour que celui-ci ne contienne plus qu'une seule maille avec une résistance R_0 (que l'on exprimera en fonction de R) et le générateur de f.é.m. E . En déduire l'expression de I_1 à l'aide de R et E . Vérifier que l'on obtient bien le résultat établi à la question 2/.
- 4/ Simplifier à nouveau le circuit pour qu'il ne contienne que le générateur de f.é.m. E , les résistances R_1 et R_2 et une seule résistance en parallèle de R_2 appelée R'' (que l'on exprimera en fonction de R). En déduire l'expression de I_2 à l'aide de R et E . Vérifier que l'on obtient bien le résultat établi à la question 2/.

Partie 2 - Montage potentiométrique simple

La sonde est insérée dans le circuit ci-contre. R_d est la résistance représentant le comportement d'un voltmètre branché aux bornes de la sonde.



$$E_g = 10,0 \text{ V et } R_1 + R_g = 700 \Omega$$

- 5/ Exprimer V_1 en fonction de R_1, R, R_g, R_d et E .
- 6/ Comment doit-on choisir R_d pour que la tension V_1 mesurée ne dépende pas du voltmètre ?
- 7/ Montrer alors que

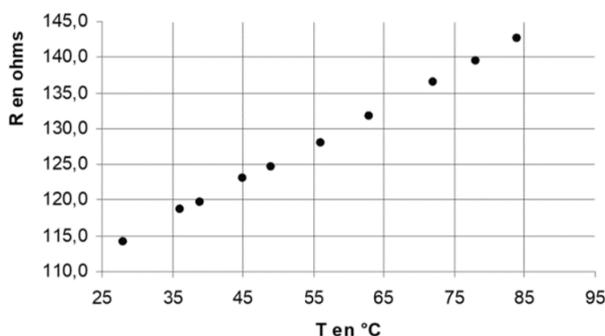
$$V_1 = \frac{R}{R_1 + R_g + R} E$$

On suppose cette condition vérifiée par la suite et on admet que cela signifie que le voltmètre se comporte comme un interrupteur ouvert.

- 8/ On mesure $V_1 = 1,47 \text{ V}$, en déduire la valeur de R puis celle de T la température de la sonde.
- 9/ Dessiner le circuit en prenant en compte la condition établie en question 6/.
Établir l'expression de la puissance reçue par la résistance R en fonction de E, R, R_1 et R_g .
- 10/ En déduire une expression de la puissance reçue par R en fonction de la température de la sonde.
- 11/ Pour quelle température cette puissance est alors maximale ?

Partie 3 - Détermination des paramètres de la sonde

- 12/ Préciser les unités de A et α .
Le graphe ci-dessous donne l'évolution de R en fonction de sa température.

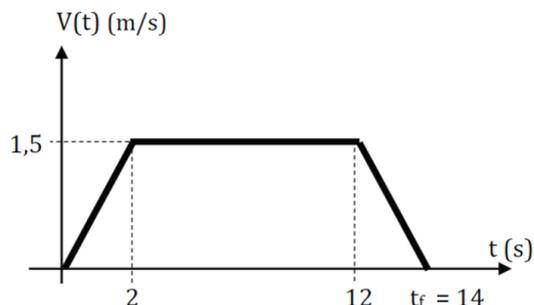


13/ Déterminer les valeurs de A et α en vous appuyant sur le graphe donné ci-dessus.

Exercice 3 Course au sixième étage

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Aminata et Bérénice sont au rez-de-chaussée et désirent aller au 6ème étage. Aminata, qui porte leur bébé, Corentin, prend l'ascenseur dont la loi de vitesse est donnée ci-dessous en figure ci-dessous. Bérénice, qui ne veut pas trop prendre de poids avant la naissance, utilise l'escalier hélicoïdal extérieur (ci-dessous également) : elle reste constamment à une distance $R = 0,5$ m de l'axe de symétrie vertical de l'escalier tout au long de l'ascension. Elle monte les escaliers à vitesse constante V_B . Il y a $N = 6$ tours d'escalier pour accéder au 6ème étage.



À gauche : Profil de vitesse d'Aminata. À droite : Escalier hélicoïdal emprunté par Bérénice.

Elles partent toutes deux en même temps et arrivent en même temps.

1/ Caractériser les différentes phases de mouvement d'Aminata.

2/ À quelle hauteur H se situe le 6ème étage ?

3/ Que vaut alors la vitesse moyenne V_A d'Aminata ?

4/ Donner l'expression du vecteur vitesse \vec{v}_b de Bérénice dans le repère cylindrique d'axe commun à l'escalier et dont l'origine des altitudes est prise au pied de l'escalier. En déduire l'expression du vecteur accélération \vec{a}_b dans ce repère. Pourquoi ce repère est-il pertinent pour décrire le mouvement de Bérénice ?

Supposons que $\dot{z}(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ sont des constantes, où $z(t)$ est l'altitude de Bérénice dans le repère cylindrique et θ l'angle de repérage de la position de Bérénice dans ce repère.

5/ Montrer alors que l'accélération de Bérénice est radiale.

6/ Quel est l'angle entre les vecteurs vitesse et accélération de Bérénice ? Est-ce cohérent dans l'hypothèse d'un mouvement uniforme ?

7/ Déterminer enfin l'expression de la vitesse V_B de Bérénice en fonction de H , R , N et t_f . On pourra ici chercher à exprimer $\dot{z}(t)$ et $\dot{\theta}(t)$ en fonction des données.

8/ Comparer numériquement les deux vitesses. Le résultat obtenu est-il logique ?

— Fin —

DST : Physique-Chimie

Janson de Saily
Janson de Saily
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 5 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 7 pages numérotées de 1 à 7, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases!*

- I. Pendule simple
- II. Chaussette dans un sèche-linge
- III. Champagne
- IV. Mouvement du palais sur la glace
- V. Mécanique de vol d'un avion

Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Mouvements rectiligne, circulaire Système de coordonnées cartésiennes, polaires Repère de Frenet Forces, Principe fondamental de la dynamique Modèle linéaire d'une force de frottement fluide. Vitesse limite Puissance, Travail, Théorème de l'énergie mécanique Positions d'équilibre, stabilité	

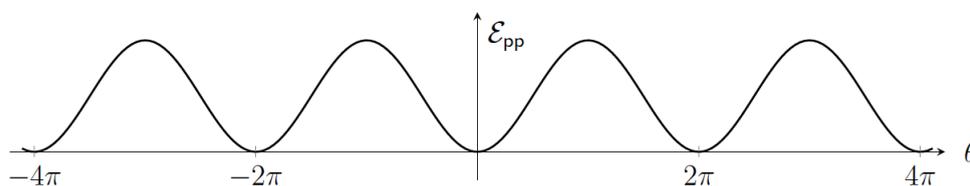
Exercice 1 Pendule simple

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

On considère un point M de masse m suspendu par un fil de longueur ℓ accroché à un point O. L'ensemble forme ce que l'on appelle un pendule simple.

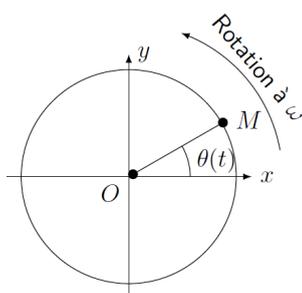
Le pendule est repéré par l'angle θ et on notera Oz l'axe vertical orienté vers le bas. On lâche le point M d'un angle θ_0 et sans vitesse initiale. Les frottements sont négligés.

- Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du point M en un position quelconque en fonction de m, ℓ, θ et g l'accélération de la pesanteur.
- Le système est-il conservatif? Justifier.
- Établir l'expression de la norme de la vitesse en fonction de θ à l'aide du théorème de l'énergie mécanique.
- Quelle est la valeur numérique de la vitesse au niveau le plus bas pour un angle $\theta_0 = 30^\circ$ et un fil $\ell = 30$ cm.
- Etablir l'équation différentielle vérifiée par θ à l'aide du théorème de la puissance mécanique. Cette équation est-elle linéaire? Justifier.
- On trace, ci-dessous, l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} en fonction de l'angle θ . Identifier graphiquement les positions d'équilibres possibles pour le pendule. Sont-elles stables ou instables?



Exercice 2 Chaussette dans un sèche-linge

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer



Dans un sèche-linge, le mouvement d'une chaussette s'effectue en deux phases alternées :

- dans la phase 1, elle est entraînée par le tambour dans un mouvement de rotation uniforme ;
- dans la phase 2, elle retombe en chute libre.

On observe qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit. On cherche à déterminer ce lieu.

On modélise le tambour par un cylindre de rayon $R = 25$ cm tournant à 50 tour.min⁻¹. On s'intéresse au mouvement de la chaussette que l'on assimile à un point matériel M de masse m .

On étudie la première phase pendant laquelle le linge est entraîné dans un mouvement de rotation circulaire et uniforme à la même vitesse que le tambour et en restant collé aux parois du tambour. Pour les applications numériques, on considère $g = 9,8$ m.s⁻².

- 1/ Quel système de coordonnées est adapté à l'étude du problème ?
- 2/ Exprimer la position \overrightarrow{OM} , la vitesse \vec{v} et l'accélération \vec{a} de la chaussette dans ce système de coordonnées.
- 3/ Faire un bilan des forces.
- 4/ En déduire l'expression de la réaction du tambour sur la chaussette en fonction de m , R , g , ω et θ .
- 5/ Montrer que la réaction normale s'annule lorsque la chaussette atteint un point donné dont on déterminera la position angulaire.
- 6/ Que se-passe-t-il en ce point ? Quel est le mouvement ultérieur ?

Exercice 3 Champagne

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Partie 1 : Montée des bulles

On cherche à étudier la trajectoire des bulles une fois en liberté au sein du liquide de masse volumique $\rho_{liq} \approx 1,00$ g.cm⁻³. On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen, auquel on adjoint un repère d'espace (O, \vec{e}_z) vertical orienté vers le haut, où \vec{e}_z est un vecteur unitaire. Lors de la montée, la bulle de rayon $r = 1,0$ mm et de masse constante est soumise, outre son poids, à :

- la poussée d'Archimède, notée $\vec{\Pi}$, égale à l'opposé du poids d'un volume d'eau équivalent au volume de la bulle :

$$\vec{\Pi} = -\rho_{liq}V\vec{g}$$

- une force de frottement fluide, appelée force de Stokes, traduisant la résistance de l'eau :

$$\vec{f} = -6\pi\eta r\vec{v}$$

où η est la viscosité du champagne et vaut $\eta \approx 1,3 \times 10^{-3}$ Pa.s à la température $T = 298$ K et v la vitesse de la bulle.

1/ Montrer que le poids de la bulle est négligeable devant la poussée d'Archimède. On supposera que la pression de CO₂ dans la bulle vaut $P_{CO_2} = 1,00$ bar. (Rappel : loi des gaz parfaits : $PV = nRT$)

2/ Établir l'équation différentielle vérifiée par la composante v_z de la vitesse de la bulle sur l'axe z . On la mettra sous la forme :

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{v_z}{\tau} = \frac{v_{lim}}{\tau}$$

où τ et v_{lim} sont des constantes dont on donnera l'expression en fonction de ρ_{liq} la masse volumique du liquide, ρ_{CO_2} celle du CO₂ gazeux, η , r et g .

- 3/ Quelle est la dimension de τ ? Justifier.
- 4/ Résoudre cette équation différentielle et représenter l'allure v_z au cours du temps. Indiquer v_{lim} et τ sur la courbe et donner leur interprétation physique.
- 5/ Calculer la valeur numérique de τ . Quelle approximation peut-on effectuer sur l'expression de v_z ?

Partie 2 : Confrontation expérimentale

L'émission des bulles se fait la plupart du temps de manière périodique, ce qui rend l'étude plus aisée. La méthode expérimentale utilisée par Gérard Liger-Belair et son équipe du laboratoire d'Enologie de Reims en 1999 est présentée ci-dessous.

Ils ont cherché à photographier un train de bulles dans une flûte de champagne à un instant donné en se servant d'un appareil photographique dont l'ouverture du diaphragme est synchronisée avec un flash. Un écran en plastique est interposé entre le verre et le flash afin d'homogénéiser la lumière. Les distances sont étalonnées à l'aide d'un papier millimétré collé à la surface du verre. Enfin, on utilise un stroboscope, appareil émettant à intervalles de temps régulier des éclairs de lumière à une fréquence f_b bien choisie. La figure 1 (b) constitue un exemple de cliché obtenu. À noter que les bulles n'ont pas un rayon constant.

6/ Expliquer en quoi un choix judicieux de la fréquence f_b permet d'avoir accès, en un seul cliché, à une succession de positions occupées par une bulle ?

7/ Le cliché précédent a été pris avec $f_b = 20$ Hz. Justifier que la vitesse v_n d'une bulle indiquée n peut être évaluée par l'expression :

$$v_n = f_b \frac{h_{n+1} - h_{n-1}}{2}$$

où h_{n+1} et h_{n-1} représentent respectivement les altitudes des bulles indiquées $n+1$ et $n-1$. Effectuer l'application numérique pour la bulle indiquée n sur la figure 1.

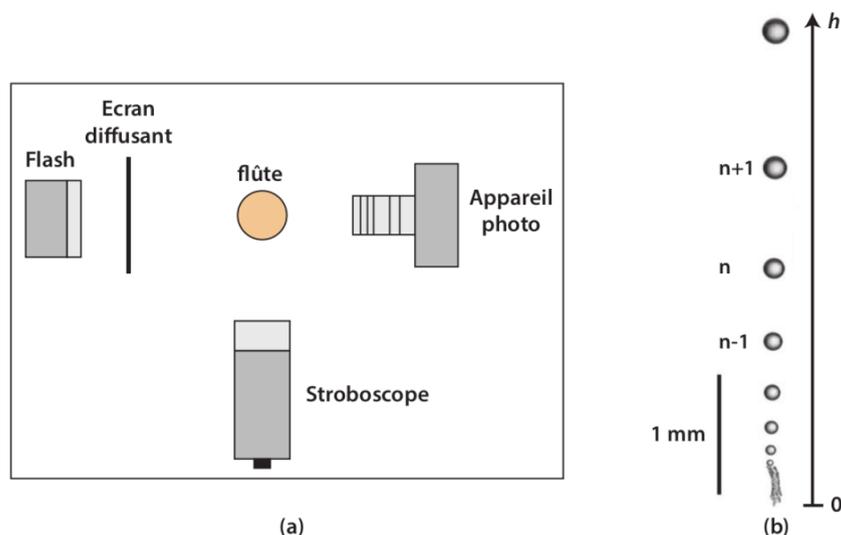


Figure 1 : Dispositif expérimental (a) et cliché obtenu par cette méthode (b)

8/ L'allure des positions des bulles sur la photographie est-elle en accord avec l'hypothèse formulée question 5 ? Expliquer.

On peut également mesurer le rayon de chaque bulle, ce qui permet finalement de tracer la vitesse en fonction du rayon, comme représenté sur la figure 2.

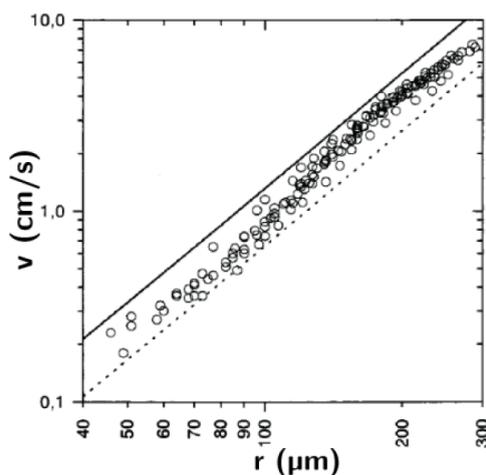


Figure 2 : Vitesse de remontée des bulles en fonction du rayon

9/ Montrer analytiquement que $\log v_{lim} = A + 2 \log r$ où A est une constante et \log la fonction logarithme décimal. Justifier que cette expression est cohérente avec la figure.

Exercice 4 Mouvement du palet sur la glace

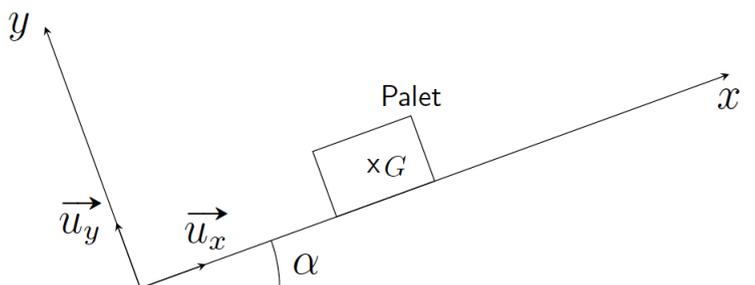
Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

On s'intéresse dans cet exercice à la pratique du hockey sur glace. L'objectif de chaque équipe est de marquer des buts en envoyant un disque de caoutchouc, appelé palet, à l'intérieur du but adverse situé à une extrémité de la patinoire.

Le palet est fabriqué en caoutchouc avec une masse moyenne de 160 grammes. Sur la glace, le palet peut atteindre des vitesses exceptionnelles du fait de la puissance des joueurs. En Russie, lors des épreuves d'habileté de la Ligue continentale

de hockey, le défenseur Aleksandr Riazantsev a établi un nouveau record du monde en janvier 2017 avec une frappe à $183,67 \text{ km.h}^{-1}$ soit environ 50 ms^{-1} .

Au cours d'une séance d'entraînement à ces épreuves d'habileté, un joueur de hockey propulse le palet, à l'aide de sa crosse, sur un plan recouvert de glace et incliné d'un angle $\alpha = 20^\circ$ par rapport à l'horizontale. La position du centre d'inertie du palet est repérée sur un axe (Ox) de même direction que la ligne de plus grande pente et orienté vers le haut. On note (Oy) l'axe perpendiculaire au plan incliné et orienté vers le haut. Les vecteurs \vec{u}_x et \vec{u}_y sont des vecteurs unitaires dirigés respectivement selon les axes (Ox) et (Oy). Le centre d'inertie du palet est noté G. À l'instant initial, le palet se trouve à l'origine du repère. L'intensité du champ de pesanteur terrestre g est estimée à 10 m.s^{-2} .



Dans une première phase (propulsion du palet par la crosse sur le plan incliné), on considère les frottements comme négligeables. La palette de la crosse est en contact avec le palet.

- 1/ Choisir un référentiel afin d'étudier le mouvement du palet durant la propulsion et le préciser. Peut-il être considéré comme galiléen dans le cadre de cet entraînement ?
- 2/ Établir un bilan des forces qui s'exercent sur le palet durant la propulsion et les représenter sur un schéma cohérent sans souci d'échelle.
- 3/ Exprimer l'intensité de la force de propulsion F exercée par le joueur sur le palet en fonction de l'accélération a du palet, de l'angle d'inclinaison α du plan, de la masse m du palet et de l'intensité du champ de pesanteur g .
- 4/ Sachant que la propulsion due au joueur de hockey dure $0,5$ seconde et que le mouvement est uniformément accéléré, quelle doit être l'intensité de la force de propulsion pour que le joueur égale le record du monde de vitesse sur plan incliné ?

Dans une deuxième phase, le palet n'est plus en contact avec la crosse et est en mouvement de translation rectiligne vers le haut du plan incliné. On considère les frottements comme négligeables.

- 5/ Sur un schéma, représenter les forces qui s'exercent sur le palet. Ces forces ont-elles un caractère moteur, résistant ou sont-elles sans effet lors du mouvement du palet vers le haut du plan incliné ?
- 6/ Déterminer l'expression de $x(t)$, déplacement du palet selon l'axe (Ox).
- 7/ Montrer que la distance d parcourue par le palet avant de s'arrêter est donnée par la relation :

$$d = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

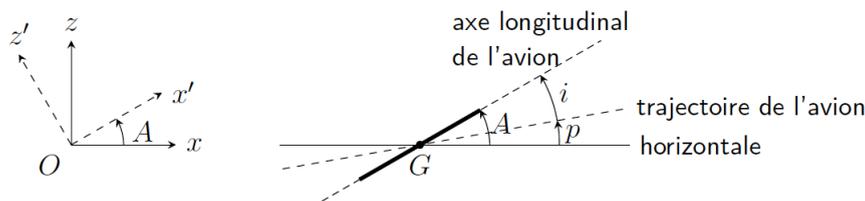
où v_0 est la vitesse initiale selon l'axe (Ox) au début de la deuxième phase. On cherche à établir la distance qui a été nécessaire pour que le palet s'arrête lors de l'établissement du record du monde sur une patinoire de surface horizontale. Il faut tenir compte des frottements.

- 8/ Les forces de frottement sont-elles conservatives ?
- 9/ Calculer le travail de la composante tangentielle \vec{T} de l'action de la glace sur le palet lors du déplacement du palet.
- 10/ On considère que la composante \vec{T} est un vecteur constant. Quelle distance faut-il au palet pour s'arrêter ?

Exercice 5 Mécanique de vol d'un avion

Compétences : Analyser, S'appropriier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

On étudie différentes phases du vol d'un avion, en l'absence de vent, dans le référentiel terrestre (R) supposé galiléen auquel on associe un système d'axes cartésien dont (Oz) constitue la verticale ascendante.



La trajectoire et la configuration de vol de l'avion dans l'espace sont définis à l'aide de trois angles orientés représentés dans la figure ci-dessus :

- la pente p , angle de l'horizontale vers la trajectoire de l'avion ;
- l'assiette A , angle de l'horizontale vers l'axe longitudinal de l'avion ;
- l'incidence i , angle de la trajectoire de l'avion vers son axe longitudinal.

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse qu'au mouvement du centre d'inertie G de l'avion, de masse $m = 2,3 \times 10^3$ kg, soumis aux forces suivantes :

- son poids \vec{P} ;
- la force de traction \vec{F}_m de l'hélice, entraînée par le moteur, dont la direction est celle de l'axe longitudinal de l'avion ;
- la résultante des forces aérodynamiques, contenue dans le plan de symétrie de l'avion, décomposée en portance \vec{F}_p et traînée \vec{F}_t :
 - la portance, perpendiculaire à la trajectoire de l'avion, de norme $F_p = \frac{1}{2}\rho S v^2 C_p$
 - la traînée, de même direction que la trajectoire mais s'opposant au mouvement de l'avion, de norme $F_t = \frac{1}{2}\rho S v^2 C_t$;

où $\rho = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$ est la masse volumique de l'air supposée constante et égale à celle mesurée au niveau de la mer, $S = 220 \text{ m}^2$ est l'aire de la surface des ailes de l'avion projetée sur le plan horizontal et v est la vitesse de l'avion par rapport à l'air. L'intensité du champ de pesanteur supposé uniforme est $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Les coefficients sans dimension C_p et C_t ne dépendent que de l'incidence i . Pour une incidence nulle ($i = 0^\circ$), ces coefficients vérifient : $C_p = 0,24$ et $C_t = 0,008$.

Lors de l'étude du mouvement de l'avion dans différentes configurations, on évalue les efforts mécaniques subis par la structure en déterminant le facteur de charge η défini comme le rapport de la norme de la portance sur la norme du poids. Compte tenu de la résistance des matériaux, la conception mécanique de la structure impose une borne supérieure η_{max} au facteur de charge de l'ordre de 2.

Partie 1 : Vol en montée

Après avoir quitté le sol, l'avion est animé d'un mouvement rectiligne uniforme en montée avec une pente p à incidence nulle $i = 0$. Le pilote impose au moteur de l'avion une puissance constante P_m .

1/ Faire un schéma de la configuration de vol en y représentant les forces appliquées à l'avion ($\vec{P}, \vec{F}_m, \vec{F}_p, \vec{F}_t$).

2/ Justifier pourquoi on peut écrire la relation :

$$\vec{P} + \vec{F}_m + \vec{F}_p + \vec{F}_t = \vec{0}$$

3/ Projeter la relation précédente sur l'axe longitudinal de l'avion et sur l'axe qui lui est perpendiculaire (les axes Ox' et Oz') pour obtenir deux relations scalaires.

4/ En déduire que la relation liant la vitesse v de l'avion à l'assiette A s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{2mg \cos A}{\rho S C_p}}$$

5/ Exprimer la puissance du moteur (puissance fournie par la force \vec{F}_m à l'avion) en fonction de $\|\vec{F}_m\|$ et v .

6/ On admet que la relation entre l'assiette A et la puissance P_m du moteur s'écrit :

$$P_m = P_{m0}(\cos A + f_0 \sin A)\sqrt{\cos A}$$

avec $f_0 = \frac{C_p}{C_t}$ et $P_{m0} = mg \frac{C_t}{C_p} \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_p}}$

Vérifier par analyse dimensionnelle la cohérence de l'expression de P_{m0} puis calculer numériquement f_0 et P_{m0} . Le pilote impose une puissance du moteur égale à sa valeur maximale $P_m = P_{max} = 50 \text{ kW}$.

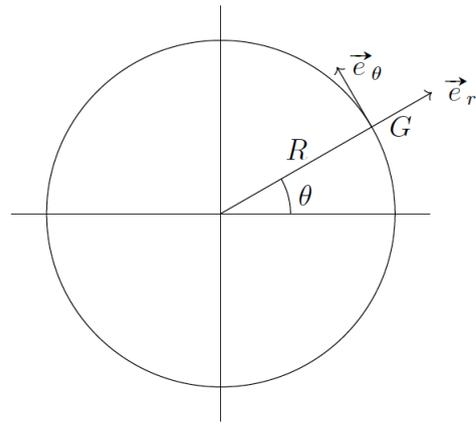
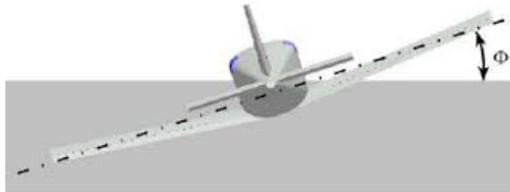
7/ Déterminer une expression approchée de P_m sachant que l'assiette ne dépasse généralement pas 10° . En déduire la valeur numérique de l'assiette A . (On rappelle que pour $x \ll 1 \text{ rad}$, on a $\sin x \approx x$ et $\cos x \approx 1$)

8/ Déterminer la relation liant la vitesse ascensionnelle v_z de l'avion à l'assiette A . Calculer sa valeur numérique.

9/ Déterminer l'expression du facteur de charge η en montée en fonction de l'assiette A . Commenter le résultat.

Partie 2 : Vol en virage

L'avion effectue maintenant un virage circulaire en palier ($p = 0^\circ$), avec une incidence nulle ($i = 0^\circ$) et à vitesse v constante. Pour réaliser ce virage, le pilote incline l'avion d'un angle ϕ (le plan moyen des ailes est incliné de ϕ par rapport au plan horizontal).



10/ L'avion étant incliné pour effectuer le virage, faire le schéma de la configuration de vol en vue arrière en y représentant les forces.

11/ Exprimer dans le système de coordonnées polaires, dont l'origine est au centre de la trajectoire de l'avion, le vecteur accélération de l'avion. L'exprimer en fonction de la vitesse v et du rayon R du virage.

12/ En déduire que les forces s'exerçant sur l'avion sont reliées par la relation :

$$\vec{P} + \vec{F}_m + \vec{F}_p + \vec{F}_t = -m \frac{v^2}{R} \vec{e}_r$$

où \vec{e}_r est un vecteur unitaire dirigé du centre de la trajectoire vers l'avion.

13/ Projeter la relation précédente sur les axes \vec{e}_r et \vec{e}_θ . En déduire une expression du rayon R du virage en fonction de la vitesse v de l'avion, de l'angle d'inclinaison ϕ et de g .

14/ Déterminer l'expression du facteur de charge η en fonction de ϕ .

15/ Sachant que la conception structurale de l'avion impose une borne supérieure au facteur de charge η_{max} , déterminer l'expression du rayon minimal du virage que le pilote peut faire prendre à l'avion en toute sécurité.

———— Fin ————

DST : Physique-Chimie

Janson de Saily
Janson de Saily
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 1 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 3 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 4 pages numérotées de 1 à 4, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases!*

- I. Enregistrement d'interférences sonores
- II. Effet Doppler et radars routiers
- III. Instruments de musique

Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

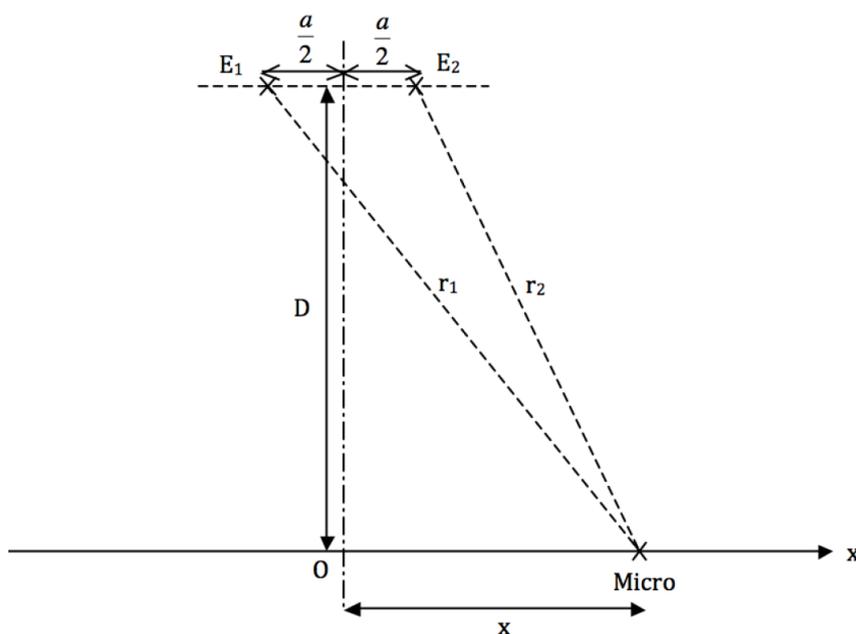
Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Interférences, interférence Effet Doppler Ondes stationnaires	

Exercice 1 Enregistrement d'interférences sonores

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

On dispose deux sources sonores quasi-ponctuelles E_1 et E_2 à une distance $a = 5,0$ cm l'une de l'autre (voir figure ci-dessous). Les sources émettent en phase deux ondes sonores progressives sinusoïdales, ayant la même amplitude A_0 et la même fréquence $f = 440$ Hz.

À une distance $D = 1,0$ m des deux émetteurs, on enregistre le son grâce à un microphone que l'on peut déplacer selon un axe (Ox) parallèle à la droite (E_1E_2).



1/ Expliquez brièvement et qualitativement comment varie le signal qu'enregistre le microphone lorsqu'on déplace celui-ci le long de l'axe (Ox) en partant du point O.

2/ Montrer que, puisque $D \gg a$, on a :

$$r_1 - r_2 \approx \frac{ax}{D}$$

3/ Déterminer les positions x_n du microphone pour lesquelles le signal enregistré aura une amplitude minimale et en déduire la valeur de l'interfrange i .

4/ On se place en un point M de l'axe (Ox) d'abscisse x quelconque. On note $p_1(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_1)$ la surpression acoustique en x due à la source E_1 et $p_2(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$ la surpression due à E_2 .

4.1/ Exprimer (en le justifiant) l'amplitude A de la surpression totale (c'est-à-dire en tenant compte des deux sources) en M , en fonction de A_0 , φ_1 et φ_2 .

4.2/ L'intensité sonore mesurée par le microphone varie comme le carré de la surpression : on a $I = KA^2$ où I est l'intensité sonore, A l'amplitude de la surpression et K une constante de proportionnalité (positive). En utilisant le résultat

de la question précédente, donner l'expression (littérale) de la fonction $I(x)$ qui donne l'intensité sonore en fonction de la position du microphone le long de l'axe (Ox).

Tracer l'allure de cette fonction.

4.3/ On préfère souvent exprimer l'intensité sonore en décibels (dB). L'intensité sonore en décibels I_{dB} est reliée à l'intensité sonore I par la relation :

$$I_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

où I_0 est une constante (qui correspond à une intensité sonore de référence). Tracer l'allure de la fonction $I_{dB}(x)$.

Exercice 2 Effet Doppler et radars routiers

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

1/ Définir, par une phrase courte et générale, ce qu'est l'effet Doppler.

2/ Une source S se déplace à la vitesse v vers un récepteur R (voir figure ci-dessous). La source émet une onde de fréquence f_e se propageant à la célérité c .



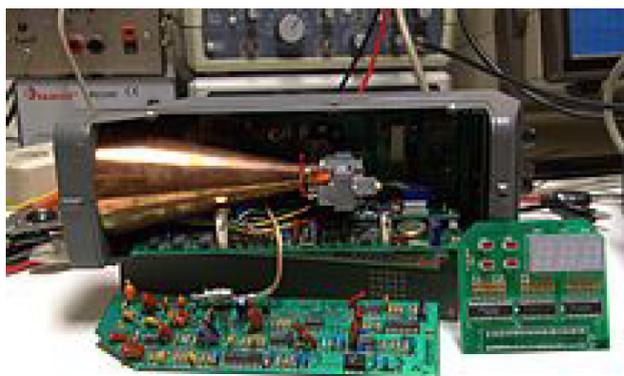
Montrer, en le démontrant précisément, que la fréquence f_r de l'onde reçue par le récepteur en fonction de f_e , v et c s'écrit

$$f_r = \frac{f_e}{1 - \frac{v}{c}}$$

3/ L'effet Doppler est utilisé par les radars routiers pour mesurer la vitesse des voitures. Ces radars émettent des ondes électromagnétiques de fréquence $f_e = 24$ GHz. Calculer la longueur d'onde des ondes utilisées par les radars routiers. À quelle partie du spectre des ondes électromagnétiques ces ondes appartiennent-elles ?

Lors d'un contrôle radar, le radar (fixe) émet une onde de fréquence f_e qui arrive sur la voiture (qui roule vers le radar à une vitesse v), se réfléchit sur la carrosserie et revient sur le radar. On note f_r la fréquence de l'onde reçue par le radar. Les formules de l'effet Doppler pour les ondes électromagnétiques sont légèrement différentes des formules concernant les ondes mécaniques car il faut utiliser la théorie de la relativité restreinte pour les obtenir (on parle d'effet Doppler relativiste). On admettra donc que la fréquence reçue est donnée par :

$$f_r = f_e \left(\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \right)$$



4/ Montrer que, si l'on suppose que $v \ll c$ (ce qui est toujours le cas en pratique), la variation relative de fréquence due à l'effet Doppler est donnée par :

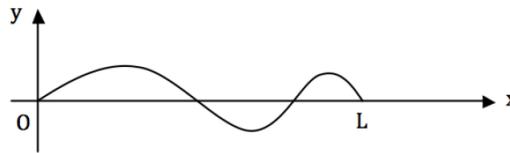
$$\frac{f_r - f_e}{f_e} \approx \frac{2v}{c}$$

et calculez numériquement cette variation relative (que vous exprimerez en %) pour une voiture roulant à 130 km/h. Qu'en pensez-vous ?

Exercice 3 Instruments de musique

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Raisonner sur des notions connues, Calculer

Dans un premier temps, on s'intéresse à une corde de guitare de longueur L , fixée à ses deux extrémités (en $x = 0$ et $x = L$). Cette corde est soumise à des ondes de déformation élastiques (de célérité notée c), et on note $y(x, t)$ l'écart de la corde par rapport à sa position d'équilibre à l'abscisse x et à l'instant t .



1/ La corde étant fixée à ses deux extrémités, on va chercher $y(x, t)$ sous forme d'une onde stationnaire.

1.1/ Ecrire la forme mathématique générale d'une telle onde.

1.2/ En utilisant les conditions aux limites liées au fait que la corde est fixée en $x = 0$ et $x = L$, montrer que seules certaines ondes stationnaires de pulsations spatiales k_n (que vous exprimerez) peuvent exister sur cette corde. Quelles sont les fréquences f_n de ces ondes ?

1.3/ Expliquez comment on aurait pu retrouver ce résultat très rapidement, en se basant sur des schémas.

On considère à présent un tuyau d'orgue de longueur L ouvert à une extrémité et fermé à l'autre. On admet que l'onde stationnaire de surpression acoustique qui règne dans le tuyau doit nécessairement présenter un nœud au niveau de l'extrémité ouverte et un ventre au niveau de l'extrémité fermée.

2/

2.1/ Représenter schématiquement l'allure des 4 premiers modes propres de vibration du tuyau. En déduire les expressions des différentes fréquences émises par le tuyau.

2.2/ On veut que le tuyau émette un Do1, de fréquence 65 Hz. Quelle doit être pour cela la longueur du tuyau ?

2.3/ Quelle particularité aura le spectre en fréquences du son émis par le tuyau d'orgue d'après le résultat de la question 2.1 ? Représentez schématiquement l'allure du spectre en fréquences.

— Fin —

DST : Physique-Chimie

Janson de Saily
Janson de Saily
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 4 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 6 pages numérotées de 1 à 6, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases!*

- I. Filtre ADSL
- II. Good Vibrations (d'après Concours Communs INP PSI 2021)
- III. La révolution de l'horloge à quartz
- IV. One piece

Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Oscillateurs amortis Régime sinusoïdal forcé Filtrage linéaire	

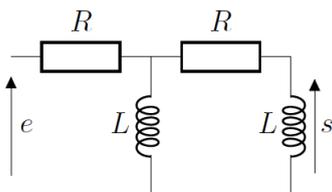
Exercice 1 Filtre ADSL

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Les lignes téléphoniques transportent à la fois les signaux téléphoniques vocaux (fréquences de 0 à 4 kHz et les signaux informatiques pour l'ADSL par exemple (fréquences de 25 kHz à 2MHz).

Tous les signaux (tension et intensité) considérés dans cet exercice sont supposés alternatifs sinusoïdaux : les grandeurs complexes associées sont soulignées (avec $j^2 = -1$).

1/ Quel type de filtre faut-il utiliser pour récupérer uniquement les signaux téléphoniques ? Et les signaux informatiques ?



Un filtre ADSL sert à répartir les signaux entre le téléphone et la box ADSL. Il peut se décrire par le circuit ci-contre. L'entrée e est délivrée par la prise téléphonique murale.

2/ En dessinant un schéma équivalent en basse fréquence ($f \rightarrow 0$) puis en haute fréquence ($f \rightarrow +\infty$), déterminer, sans calcul la nature de ce filtre. La sortie s doit-elle correspondre au signal fourni à la box internet ou au téléphone ?

Afin de trouver l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ on procède en plusieurs étapes.

Notons \underline{u} la tension aux bornes de la bobine de gauche.

3/ Donner l'expression de \underline{s} en fonction de \underline{u} , L , R et ω .

4/ Donner l'expression de \underline{u} en fonction de \underline{e} , R et d'une impédance équivalent \underline{Z} bien choisie et dont on donnera l'expression.

5/ Écrire la fonction de transfert \underline{H} de ce filtre sous la forme $\underline{H} = \frac{A}{B+jC}$ avec A , B et C des constantes réelles, puis sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{-x^2}{1 - x^2 + 3jx}$$

avec x la pulsation réduite : $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{L\omega}{R}$

6/ Donner l'expression du module de \underline{H} en fonction de x .

7/ Même question pour l'argument de \underline{H} en fonction de x .

8/ Donner la valeur de \underline{H} pour $x = 1$ et l'expression du gain en décibel et la valeur de la phase en $x = 1$.

9/ Donner un équivalent de \underline{H} à hautes et à basses fréquences.

10/ Donner l'équation des asymptotes pour le gain en décibel et pour la phase.

11/ Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase.

Exercice 2 Good Vibrations (d'après Concours Communs INP PSI 2021)

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

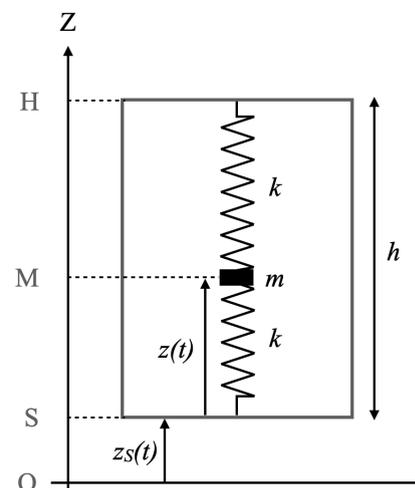
Un séisme ou tremblement de terre est une secousse du sol résultant de la libération brusque d'énergie accumulée par les contraintes exercées sur les roches. Cette libération d'énergie provient de la rupture des roches le long d'une faille préexistante, d'une activité volcanique. Elle peut être aussi d'origine artificielle (explosions par exemple). Les mouvements des roches engendrent des vibrations élastiques qui se propagent, sous la forme de paquets d'ondes sismiques, autour et au travers du globe terrestre.

Les mouvements du sol sont étudiés par l'intermédiaire de sismographes. L'acquisition et l'enregistrement du signal s'obtiennent dans une station sismique regroupant, outre les sismographes eux-mêmes, des enregistreurs, des numériseurs, des horloges et des antennes GPS.

Un sismographe est constitué d'un support rigide de hauteur h , auquel on suspend un aimant de masse m , supposée ponctuel et dont on néglige l'action magnétique, par l'intermédiaire de deux ressorts de masse négligeable de raideur k , de longueur à vide l_0 . L'aimant est soumis également à une force de frottements fluides : $\vec{f} = -\lambda \dot{z} \vec{u}_z$. Le mouvement de l'aimant crée un signal électrique qui permet de mesurer l'amplitude des oscillations grâce à un étalonnage préalablement fait.

Un mouvement vertical du sol déclenche un mouvement vertical de la masse m caractérisé par la fonction $z(t)$ dans le référentiel lié au sol galiléen (O, X, Y, Z) .

On pose : $z(t) = z_{eq} + u(t)$. La position $z = z_{eq}$ correspond à la position d'équilibre de la masse m en l'absence de séisme et $u(t)$ représente l'écart par rapport à l'équilibre.



1 - Détermination de la pulsation des oscillations du sismographe

- 1/ Montrer que l'accélération du point M vaut $\frac{d^2 OM(t)}{dt^2} = \ddot{z} + \ddot{z}_s$.
- 2/ Montrer que l'équation différentielle sur la position de la masse $z(t)$ est donnée par

$$\ddot{z} + \frac{\lambda}{m} \dot{z} + \frac{2k}{m} z = -(g + \ddot{z}_s) + \frac{k}{m} h$$

- 3/ Préciser l'expression de z_{eq} .
- 4/ En déduire l'équation différentielle qui relie $u(t)$, $z_s(t)$, m , λ et k .
- 5/ On se place dans le cas où $z_s(t) = 0$ (pas de séisme). Mettre l'équation sous forme canonique en faisant apparaître une pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q .
- 6/ Le ressort déplacé d'une hauteur d vers le haut par rapport à sa position d'équilibre et lâché sans vitesse initiale oscille à une pulsation ω_p . Déterminer ω_p .
- 7/ Déterminer $u(t)$ dans ce cas.

2 - Étude du filtrage induit par le sismographe

On s'intéresse maintenant au cas où le sismographe est soumis à une secousse due à un séisme.

On modélise une composante en fréquence de la vibration verticale du sol au moyen de la fonction : $z_s(t) = Z_0 \cos(\omega t)$.

- 8/ Expliquer pourquoi le problème peut être traité avec la notation complexe.

On pose alors $\underline{u} = U e^{j(\omega t + \phi)}$ le signal associé à $u(t)$ avec U son amplitude et ϕ le déphasage par rapport à $z_s(t)$ et $j^2 = -1$.

- 9/ Que devient l'équation différentielle sur $u(t)$ en notation complexe ?

Le sismographe peut être assimilé à un système linéaire de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{u}}{\underline{z}_s}$$

10/ Montrer que la fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{\lambda}{m}(j\omega) + \frac{2k}{m}}$$

11/ Déterminer les asymptotes du diagramme de Bode en gain et en phase.

12/ De quel type de filtre s'agit-il ?

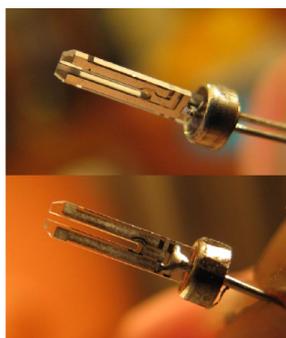
13/ Dans la limite des basses et hautes fréquences, la masse m vibre-t-elle en phase, en quadrature de phase ou en opposition de phase avec le sol ?

14/ Déterminer l'expression de l'amplitude $U(\omega)$ de la réponse verticale $u(t)$ du régime forcé de la masse m en fonction de Z_0 , m , k , λ et ω .

15/ Ecrire deux conditions portant sur la pulsation et les rapports $\frac{k}{m}$ et $\frac{\lambda}{m}$ pour que l'amplitude U du mouvement de la masse m soit égale à l'amplitude Z_0 du sol. La suspension est-elle qualifiée de souple ou de rigide ?

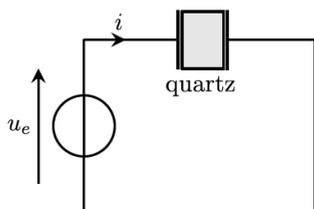
Exercice 3 La révolution de l'horloge à quartz

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Raisonner sur des notions connues, Calculer



La première horloge à quartz est conçue en 1927 par les laboratoires Bell. La première montre-bracelet est commercialisée en 1969. Le quartz est un cristal piézoélectrique : lorsqu'il est soumis à une différence de potentiel il se déforme, et inversement s'il est contraint mécaniquement alors une différence de potentiel apparaît entre ses faces. Un cristal de quartz taillé en diapason - comme sur la figure ci-contre - vibre mécaniquement à une fréquence bien précise. Il est inséré dans un circuit électronique, avec une électrode métallisée sur chacune de ses faces. Cette précision dans la fréquence de vibration, associée au couplage électrique par l'effet piézoélectrique, permet d'obtenir des circuits électroniques résonnants avec des facteurs de qualité très élevés, et donc des oscillateurs très précis.

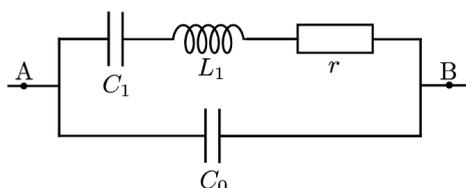
1 - Étude du quartz



Pour étudier la résonance très sélective du quartz, on le place dans le montage ci-contre.

On dispose également d'un dispositif, non représenté, qui délivre une tension U_s égale à l'amplitude du courant i multipliée par une résistance $R = 47 \text{ k}\Omega$: si $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \phi)$, alors $U_s = R i_0$

L'étude se fait en régime sinusoïdal forcé, et on utilise le formalisme complexe. On note les grandeurs complexes en les soulignant. Par exemple $i(t) = i_0 \cos(\omega t + \phi)$ est représenté par $\underline{i} = i_0 e^{j(\omega t + \phi)}$.



Électriquement, le comportement du quartz peut être modélisé par un condensateur C_0 (capacité des électrodes séparées par un diélectrique et des fils de liaisons) en parallèle avec un circuit série r , L_1 et C_1 qui correspond aux grandeurs mot-ionnelles. Ce circuit série r , L_1 , C_1 représente le couplage électromécanique lié à l'effet piézoélectrique.

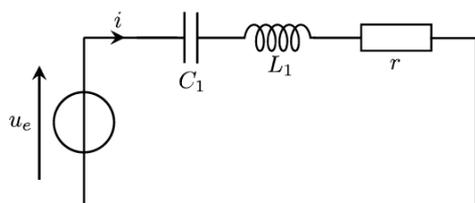
On étudie les résonances, donc la recherche des pulsations ω telles que l'amplitude de i soit importante, donc telles que $1/|Z_q|$ tende vers des valeurs importantes. Pour repérer la résonance, on néglige d'abord tout effet dissipatif : dans les deux questions qui suivent, $r = 0$.

1/ Montrer que l'impédance \underline{Z}_q équivalente au dipôle A-B vérifie :

$$\frac{1}{\underline{Z}_q} = j C_{eq} \omega \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}}$$

avec $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ et ω_2 et C_{eq} dont on donnera les expressions en fonction de C_0 , C_1 et L_1 .

2/ En déduire l'expression de la fréquence f_1 de résonance en intensité du circuit d'étude du quartz.

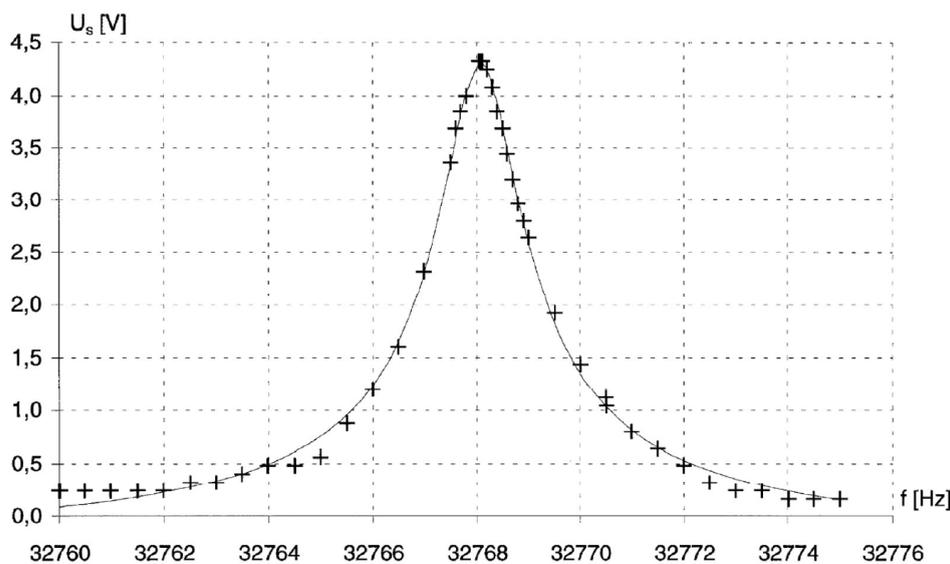


Les questions qui précèdent montrent que c'est la branche L_1 , C_1 , r qui est responsable de la résonance. Pour simplifier, on étudie donc le quartz en enlevant dans le modèle la capacité C_0 . On obtient alors le circuit ci-contre.

3/ Montrer que

$$\underline{i} = \frac{\frac{u_e}{r}}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega}\right)}$$

La courbe ci-dessous donne, pour chaque point, la valeur de U_s pour une fréquence f donnée du signal $u_e(t)$. On rappelle que $U_s = Ri_0$. L'amplitude du signal u_e est $u_0 = 0,20$ V.



source : Deiber et al., Bull. U. Phys. 799, 1997

On donne également l'expression de l'acuité d'une résonance dans le cas étudié ici : $Q = \frac{f_r}{\Delta f}$, où Q est le facteur de qualité, f_r est la fréquence de résonance et Δf la largeur de la bande passante. Cette dernière est définie comme $\Delta f = |f_{c2} - f_{c1}|$ avec f_{c2} et f_{c1} les deux fréquences telles que l'amplitude de sortie soit égale à l'amplitude de sortie maximale divisée par $\sqrt{2}$.

4/ En exploitant ce graphique, donner une valeur de la résistance r .

5/ Donner également une valeur du facteur de qualité Q .

On retiendra les valeurs approchées $r = 2$ k Ω , $Q = 20000$ et $\omega_1 = 2 \times 10^5$ rad/s.

6/ Donner les expressions de L_1 et C_1 en fonction de Q , r et ω_1 .

7/ En déduire la valeur de L_1 . Commentaire ?

2 - Utilisation dans une montre

Le quartz permet ainsi de concevoir un circuit filtre passe-bande avec un facteur de qualité très élevé.

8/ Si on laisse le circuit précédent osciller de façon libre, donner une estimation du temps pendant lequel les oscillations perdurent. Ceci est-il raisonnable pour fabriquer une horloge ?

Le quartz est en réalité inséré dans un circuit dit "oscillateur", qui entretient ses oscillations. Le facteur de qualité élevé permet d'avoir un signal quasi-harmonique dont la fréquence est précisément contrôlée et vaut, dans le cas présent, 32 768 Hz.

9/ On peut remarquer que $32768 = 2^{15}$. Quelle peut-être la raison d'un tel choix pour la fabrication d'une montre ?

3 - Précision

La fréquence de résonance du quartz varie en fonction de la température, avec typiquement une variation relative $\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-6}$ pour un écart de 10°C .

10/ Quel est alors l'imprécision en seconde cumulée sur une journée de fonctionnement ?

Exercice 4 One piece

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Raisonner sur des notions connues, Calculer



Dans le manga One Piece (par Eiichiro Oda), le personnage principal, Luffy, a ingéré à son jeune âge un fruit du Gomu Gomu no Mi qui a rendu son corps élastique. Ses bras, de taille normale sans action de sa part, peuvent être étirés à la manière d'un ressort pour s'en servir comme une arme. On supposera qu'ils peuvent revenir à leur position habituelle, le plus rapidement possible et sans oscillation.

A l'aide d'une modélisation, de vos connaissances et des données, déterminer l'ordre de grandeur de la constante de raideur du bras de Luffy.

Données :

- coefficient de frottement fluide de l'air $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.
- masse d'un bras $m \approx 2 \text{ kg}$.
- taille d'un bras $d \approx 1 \text{ m}$.
- accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

———— Fin ————

DST : Physique-Chimie

Janson de Saily
Janson de Saily
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : **2 heure et 50 minutes.** — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 3 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 5 pages numérotées de 1 à 5, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases!*

- I. Drops of Jupiter
- II. Déviation par un champ magnétique
- III. Conservation du moment cinétique

Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Force de Lorentz exercée sur une charge ponctuelle ; champs électrique et magnétique. Mouvement d'une particule chargée dans un des champs électrique et magnétostatique uniforme Conservation du moment cinétique et conséquences Mouvement des planètes et des satellites Théorème du moment cinétique	

Exercice 1 Drops of Jupiter

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

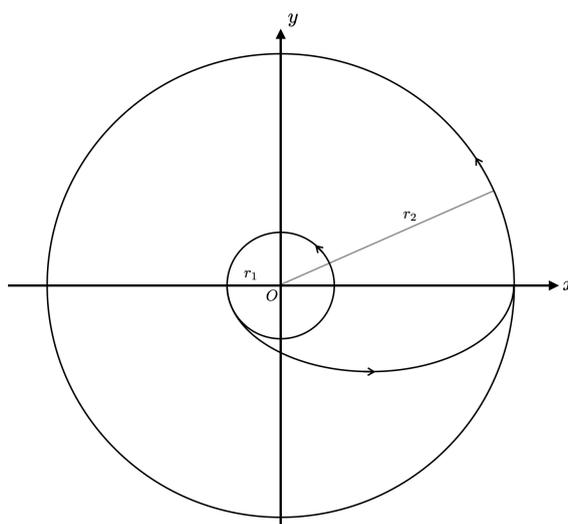
La mission JUICE (pour JUpiter ICy moons Explorer) est une mission spatiale de l'Agence spatiale européenne (ESA) qui a pour objectif d'étudier Jupiter et ses lunes glacées. La mission doit être lancée en avril 2023 et devrait atteindre Jupiter en juillet 2031.

JUICE effectuera des observations détaillées de trois des lunes les plus intéressantes de Jupiter : Ganymède, Callisto et Europe. Ces lunes sont considérées comme des objets clés pour comprendre l'histoire de la formation et de l'évolution du système solaire.

La mission JUICE étudiera également l'atmosphère de Jupiter et son champ magnétique pour mieux comprendre les conditions qui règnent autour de la planète géante.

1 - Transfert vers Jupiter

Dans cette partie, on étudie le transfert du satellite JUICE (considéré comme ponctuel et noté S, de masse m). On se place dans le référentiel héliocentrique de centre O confondu avec le centre du Soleil de masse M_O . Initialement, le satellite quitte la Terre pour être mis sur une orbite circulaire, de même rayon r_1 que la Terre. Dans un deuxième temps, il est donné au satellite une vitesse lui permettant de se placer sur une orbite elliptique de demi grand-axe a de sorte que le périhélie soit r_1 et l'aphélie soit r_2 correspondant au rayon de l'orbite de Jupiter (elle aussi circulaire).



Données : $M_O = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg, $m = 5,1 \cdot 10^3$ kg, $r_1 = 150 \cdot 10^6$ km, $r_2 = 5,2 r_1$, $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI.

1/ On note \vec{r} le vecteur position du satellite dans le référentiel héliocentrique et $r = \|\vec{r}\|$. Donner l'expression du moment cinétique $\vec{L}_O(S)$ du satellite par rapport au Soleil. Montrer que la trajectoire du satellite est contenue dans un plan que l'on précisera.

2/ Déterminer l'expression de $\mathcal{C} = \frac{\|\vec{L}_O(S)\|}{m}$ en fonction des coordonnées polaires (r, θ) du satellite dans ce plan.

3/ Montrer que la force gravitationnelle est conservative.

4/ Montrer qu'on peut mettre l'énergie mécanique \mathcal{E}_m du satellite sous la forme $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \mathcal{E}_{\text{eff}}(r)$ avec $\mathcal{E}_{\text{eff}}(r)$ son énergie potentielle effective que l'on exprimera en fonction de \mathcal{C} , \mathcal{G} , m , M_O et r .

5/ Tracer la représentation graphique de $\mathcal{E}_{\text{eff}}(r)$, et positionner sur ce graphique \mathcal{E}_m lorsque le satellite est sur sa première orbite circulaire.

6/ Dans le cas de l'orbite circulaire, exprimer \mathcal{E}_m en fonction de \mathcal{G} , m , M_O et r .

7/ Établir l'équation du second degré en r dont r_1 et r_2 sont solutions. Après avoir montré que son discriminant est bien positif, résoudre l'équation et déterminer la relation liant \mathcal{E}_m à a en fonction des données du problème.

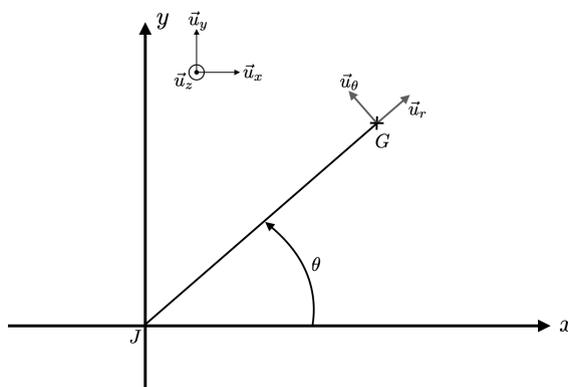
8/ Exprimer la variation d'énergie mécanique du satellite lors de son transfert entre l'orbite terrestre et l'orbite de transfert. Commenter son signe.

9/ Le satellite va être lancé depuis Kourou en Guyane. Est-ce un choix judicieux ?

2 - Orbite de Ganymède

La mission JUICE va également survoler Ganymède, plus grande lune du Système Solaire (même plus grande que la planète Mercure!) pour étudier notamment son atmosphère et leur composition. Le but de cette partie est de déterminer la trajectoire de l'orbite de Ganymède afin d'anticiper la satellisation de JUICE.

On se place dans le cas où, dans un référentiel galiléen polaire de centre J , Ganymède est réduite à un point matériel G de masse m_G qui a pour position initiale $(r_{(t=0)} = r_{\min}, \theta_{(t=0)} = 0)$ et pour vitesse initiale $(0, v_0)$. Son énergie mécanique \mathcal{E} est telle que la trajectoire soit bornée entre les valeurs r_{\min} (périastre) et r_{\max} (apoastre).



On a l'habitude de déterminer directement les expressions temporelles des coordonnées polaires $(r(t), \theta(t))$ mais pour résoudre ce problème, une manière plus simple est d'utiliser la méthode de Binet du nom de Jacques Philippe Marie Binet, mathématicien et astronome français du XIX^e siècle. Il s'agit de déterminer la fonction $u(\theta(t))$ avec $\theta(t)$ des coordonnées polaires et $u = \frac{1}{r}$.

Données : $M_J = 1,90 \cdot 10^{27}$ kg, $m_G = 1,48 \cdot 10^{23}$ kg, $r_{\min} = 1,069 \cdot 10^6$ km, $r_{\max} = 1,072 \cdot 10^6$ km, $v_0 = 1,0896 \cdot 10^4$ m.s⁻¹.

10/ Ecrire la vitesse du point matériel G en coordonnées polaires puis son module au carré. Introduire le changement de variable $u = \frac{1}{r}$ et la constante des aires $C = r^2 \dot{\theta}$ de ce nouveau système. Montrer ainsi que :

$$v^2 = C^2 \left(\left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 + u^2 \right)$$

11/ Exprimer l'accélération de la particule dans les coordonnées polaires. Montrer que la composante sur \vec{u}_t est nulle en y voyant la dérivée d'une quantité constante.

12/ Montrer que la quantité $-C^2 u^2 \left(\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u \right)$ est égale à la composante radiale de l'accélération.

13/ À l'aide du PFD, déterminer l'équation différentielle sur $u(\theta)$. Quel type d'équation est-ce ?

14/ La résoudre pour montrer que $u(\theta) = \frac{\mathcal{G}M_J}{C^2} + \left(\frac{1}{r_{\min}} - \frac{\mathcal{G}M_J}{C^2} \right) \cos \theta$ à l'aide des conditions initiales.

15/ En déduire que la trajectoire a pour équation

$$r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

qui est celle d'une ellipse. Exprimer les coefficients p et e qui sont respectivement le paramètre et l'excentricité de cette ellipse en fonction de \mathcal{C} , \mathcal{G} , M_J et des conditions initiales.

16/ On se place désormais dans le cas d'un mouvement circulaire de rayon r_{\min} . Montrer que l'angle θ évolue avec le temps selon $\theta(t) = \omega_0 t$, en explicitant la pulsation ω_0 en fonction des paramètres du problème.

Exercice 2 Déviation par un champ magnétique

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

1 - Généralités sur le mouvement d'une particule chargée

1/ On considère un champ magnétique uniforme de norme \vec{B}_0 et dirigé selon le vecteur \vec{e}_z d'un système d'axes cartésiens. Une particule de masse m , de charge $q > 0$ est émise à l'origine du repère avec une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$ suivant l'axe (Ox).

1.1/ En négligeant toutes les forces autres que la force de Lorentz, écrire le système d'équations différentielles vérifiées par les composantes (v_x, v_y, v_z) du vecteur vitesse.

1.2/ Montrer que le mouvement est plan.

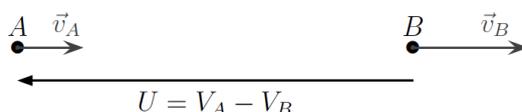
2/ À quoi est homogène la quantité $\frac{qB_0}{m}$. On justifiera à partir des équations déterminées au 1.1.

Pour la suite, on posera $\omega_c = \frac{qB_0}{m}$

3/ Démontrer que la norme de la vitesse est constante. Elle sera notée v_0 par la suite.

4/ En utilisant les expressions de la vitesse et de l'accélération dans la base de Frenet, montrer que la trajectoire est circulaire de rayon R , avec : $R = \frac{v_0}{\omega_c}$

5/ Pour communiquer une vitesse à une particule chargée, on l'accélère grâce à un champ électrique. Supposons qu'une particule de charge q positive soit accélérée entre le point A et le point B pour lesquels la différence de potentiel électrique vaut $U = V_A - V_B$.

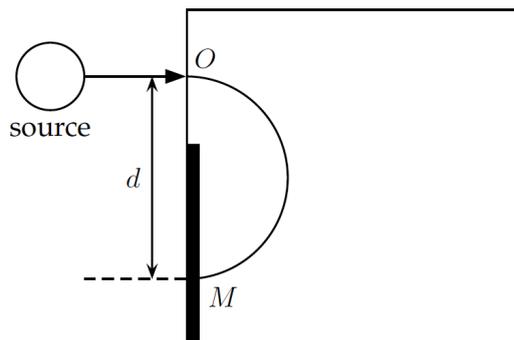


5.1/ Quel doit être le signe de U pour que la particule soit effectivement accélérée ? Faites un schéma et justifier.

5.2/ Exprimer en fonction de U le gain d'énergie cinétique $\Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$ de la particule en négligeant toute interaction autre que la force électrique. Justifier.

2 - Application : spectromètre de masse

Dans cette partie, on pourra utiliser les résultats établis dans la partie A. Une source émet des ions de même charge $+q$ positive mais de masses m_1 et m_2 différentes. Ces ions pénètrent en O dans une zone où règne un champ magnétique \vec{B} uniforme perpendiculaire au plan de la feuille. Le champ magnétique dévie la trajectoire des ions et ces ions viennent percuter une plaque d'enregistrement (symbolisée par le trait épais) au point M situé à une distance d du point O.



6/ Représenter la force au point O pour obtenir la trajectoire souhaitée (on prendra une norme arbitraire). En déduire le sens du champ magnétique \vec{B} et le dessiner sur votre schéma.

7/ Exprimer la distance d en fonction de la masse m de l'ion, de la charge q , de la norme du champ magnétique B et de la vitesse v de l'ion.

8/ En pratique, la source est constituée d'un four ionisant duquel sortent des ions de même charge $+q$ à des vitesses quasi nulles. Puis, on accélère les ions à l'aide d'un dispositif formé de deux grilles parallèles entre lesquelles on applique une tension $U_{acc} > 0$ placée dans le bon sens.

8.1/ Exprimer les vitesses v_1 et v_2 des ions en sortie de ce dispositif en fonction de leur masse, de q et de U_{acc} .

8.2/ Calculer alors le rapport d_1/d_2 pour deux ions de masses respectives m_1 et m_2 et expliquer pourquoi on peut trier les particules selon leur masse.

Exercice 3 Conservation du moment cinétique

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Un point matériel M de masse m est mobile sans frottement sur un plan horizontal percé d'un trou O dans lequel est engagé un fil inextensible. Ce fil est lié à l'une de ses extrémités à M tandis que l'autre est enroulée sur le tambour d'un treuil. Initialement, le fil est tendu, M est lancé à une vitesse v_0 orthogonale à la direction du fil, à une distance r_0 du trou. Le treuil enroule le fil à vitesse constante, avec une vitesse angulaire Ω sur un tambour de rayon R , sans chevauchement des spires. On note $A = R.\Omega$.

1/ Décrire qualitativement le mouvement de M .

2/ A l'aide du théorème du moment cinétique, établir une relation entre la longueur $r(t)$ de fil à l'instant t ($r(t) = OM$) et sa vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$.

3/ Calculer $\theta(t)$ en utilisant le fait que le treuil enroule le fil à vitesse constante donc $r = r_0 - A.t$.

4/ En déduire la vitesse du mobile M en fonction du temps.

5/ Donner l'équation polaire de la trajectoire explicitant la relation entre r et l'angle polaire $\theta : r(\theta)$. On prendra $\theta(t = 0) = 0$ à l'instant initial.

— Fin —

DST : Physique-Chimie



NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 4 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 4 pages numérotées de 1 à 4, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases !*

- I. Différence entre une transformation adiabatique réversible et adiabatique brutale
- II. Chauffage d'un gaz parfait
- III. Pompe à chaleur à gaz parfait
- IV. Attention à trappe !

Compétences				
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Loi des gaz parfaits Energie, interne, travail, chaleur Premier principe de la Thermodynamique Second principe de la Thermodynamique, entropie Machines thermiques, efficacité Théorème du moment cinétique pour un solide	

Exercice 1 Différence entre une transformation adiabatique réversible et adiabatique brutale

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Une mole de gaz parfait, de capacité thermique molaire à volume constant $C_{V,m} = \frac{5}{2}R$, est contenue dans un cylindre vertical calorifugé comportant un piston mobile calorifugé, de section $S = 0,01 \text{ m}^2$ et de masse négligeable, en contact avec une atmosphère extérieure à pression constante $P_0 = 1 \text{ bar}$. Initialement, le gaz est à l'équilibre et sa température vaut $T_0 = 300 \text{ K}$. On donne $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, et le coefficient de Laplace de l'air $\gamma = 1,4$.

- 1/ Enoncer le premier principe de la Thermodynamique.
- 2/ On pose sur le piston une masse $M = 102 \text{ kg}$ et on laisse le système évoluer. Exprimer et calculer P_1 .
- 3/ Montrer que sa température T_1 dans le nouvel état d'équilibre (1) vérifie la relation

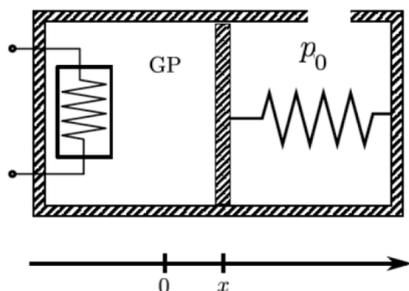
$$T_1 = T_0 \frac{C_V + nR \frac{P_0 + Mg/S}{P_0}}{C_V + nR}$$

- 4/ L'état d'équilibre (1) étant atteint, on supprime la masse M et on laisse le système évoluer. Déterminer sa pression P_2 et sa température T_2 dans le nouvel état d'équilibre (2). Commenter.
- 5/ On se replace à l'état initial. Cette fois-ci, on ajoute progressivement des petites masses jusqu'à atteindre une masse M de 102 kg . La transformation est alors adiabatique et réversible. Déterminer sa pression P_3 et sa température T_3 dans le nouvel état d'équilibre (3). Comparer ces valeurs à celles de la question 1.
- 6/ On retire progressivement les masses. On suppose de nouveau que la transformation est adiabatique et réversible. Déterminer sa pression P_4 et sa température T_4 dans le nouvel état d'équilibre (4). Conclure.
- 7/ Enoncer le second principe de la Thermodynamique.
- 8/ Pour les deux transformations (lente et rapide), calculer la variation d'entropie. En déduire l'entropie créée. Conclure. On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait peut s'écrire :

$$S = nR \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) \right] = nR \left[\frac{1}{\gamma-1} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \right] = nR \left[\ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + \gamma \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \right]$$

Exercice 2 Chauffage d'un gaz parfait

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer



On considère un cylindre calorifugé à deux compartiments. Le compartiment de droite est en communication avec l'atmosphère, de pression constante égale à P_0 . Le compartiment de gauche contient n moles d'un gaz parfait, dont le « coefficient adiabatique » est supposé constant. La séparation est réalisée par un piston calorifugé d'aire $\sigma = 0,050 \text{ m}^2$ retenu par un ressort de raideur $k = 25 \times 10^3 \text{ N.m}^{-1}$ et de longueur à vide l_0 . On néglige les frottements, ainsi que les capacités thermiques des parois et du piston.

Le résistor électrique fournit lentement de l'énergie par transfert thermique au gaz parfait de sorte que la transformation du gaz parfait est une suite d'équilibres thermodynamiques. Initialement, le gaz parfait est à la température $T_0 = 290 \text{ K}$, à la pression $P_0 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$, en quantité $n = 1,0 \text{ mol}$. L'équilibre final correspond à la pression $P_F = 2P_0$. Les grandeurs d'état caractérisant cet état final seront indicées par F. On note x le déplacement du piston à partir de sa position initiale. La constante des gaz parfaits vaut $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1/ Le gaz parfait étant diatomique, que vaut γ dans les conditions expérimentales ? Justifier.

2/ En appliquant le PFD au piston dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, et en se considérant à l'équilibre, en l'absence de frottement, montrer que l'expression de la pression P dans le compartiment de gauche en fonction de la position x du piston, P_0 , k et σ est

$$P(x) = P_0 + \frac{k}{\sigma}x$$

Attention aux signes.

3/ En déduire la position finale x_F , le volume final V_F et la température finale T_F . Faire les applications numériques.

4/ Exprimer le travail total W reçu par le gaz au cours de cette transformation.

5/ En déduire le transfert thermique Q reçu par le gaz au cours de cette transformation. Faire l'application numérique.

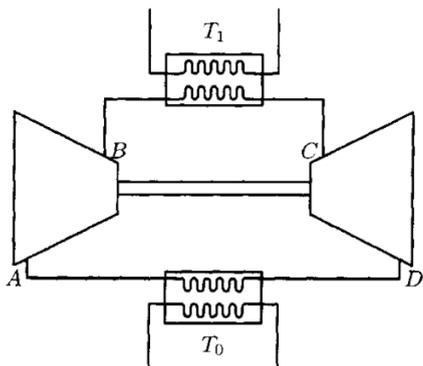
6/ L'expérience a été réalisée en imposant au résistor, pendant une durée $\Delta t = 31 \text{ min}$, une tension $U = 10 \text{ V}$ et une intensité $I = 0,76 \text{ A}$. Évaluer la capacité thermique C_R du résistor, puis le nombre de moles d'atomes dont il est constitué. Pour le calcul du nombre de moles, on supposera que la loi de Dulong et Petit est vérifiée pour le matériau du résistor et la gamme de température considérée, c'est-à-dire que le nombre de moles d'atomes n_R du résistor vérifie $C_R \approx 3n_R R$.

7/ En déduire l'entropie créée au cours de l'expérience. On détaillera les calculs. Faire l'application numérique.

Exercice 3 Pompe à chaleur à gaz parfait

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Une pompe à chaleur effectue le cycle de Joule inversé suivant, dans lequel le fluide (air) est modélisé tout au long du cycle comme un gaz parfait.



- L'air pris dans l'état A de température T_0 et de pression P_0 est comprimé suivant une adiabatique mécaniquement quasistatique (ou réversible) jusqu'au point B où il atteint la pression P_1 .
- Le gaz se refroidit à pression constante et atteint la température finale de la source chaude, T_1 , correspondant à l'état C.
- L'air est ensuite refroidi dans une turbine suivant une détente adiabatique mécaniquement quasistatique (ou réversible) pour atteindre l'état D de pression P_0 .
- Le gaz se réchauffe enfin à pression constante au contact de la source froide et retrouve son état initial A.

On considère l'air comme un gaz parfait de coefficient adiabatique $\gamma = 1,40$. On posera $\beta = 1 - \gamma^{-1}$ et $a = P_1/P_0$.

Pour les applications numériques, on prendra :

$T_0 = 283 \text{ K}$; $T_1 = 298 \text{ K}$; $a = 5,00$; $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ (constante des gaz parfaits).

1/ Représenter le cycle parcouru par le fluide dans un diagramme de Watt (P,V), ainsi que les isothermes T_0 et T_1 . On indiquera les états par les lettres associées.

2/ Exprimer les températures T_B et T_D en fonction de T_0 , T_1 , a et β . Calculer leurs valeurs.

- 3/ Définir l'efficacité e de la pompe à chaleur à partir des quantités d'énergie échangées au cours du cycle. Montrer qu'elle s'exprime seulement en fonction de a et β . Calculer sa valeur.
- 4/ Quelles doivent être les transformations du fluide si on envisage de faire fonctionner la pompe à chaleur suivant un cycle de Carnot entre les températures T_0 et T_1 ? Représenter ce cycle en superposition sur le précédent graphe. On considérera les mêmes pressions extrêmes P_0 et P_1 , et on notera les états A' , B' , C' et D' .
- 5/ Montrer que le cycle de Carnot est réversible.
- 6/ Établir l'expression de l'efficacité e_r du cycle de Carnot en fonction de T_1 et T_0 . Calculer sa valeur. Commenter.
- 7/ La pompe à chaleur envisagée est utilisée pour chauffer une maison. Sachant qu'en régime permanent les fuites thermiques s'élèvent à une puissance $\mathcal{P}_{fuite} = 20,0$ kW, calculer la puissance mécanique \mathcal{P}_m du couple compresseur-turbine qui permet de maintenir la maison à température constante.
- 8/ Pour ce régime, le rendement du moteur électrique faisant tourner l'arbre compresseur-turbine est de 60 %. En déduire la puissance électrique consommée \mathcal{P}_e par cette installation en régime stationnaire. Quel pourcentage d'économie est fait par rapport à la consommation qu'aurait un chauffage électrique dans la même maison?

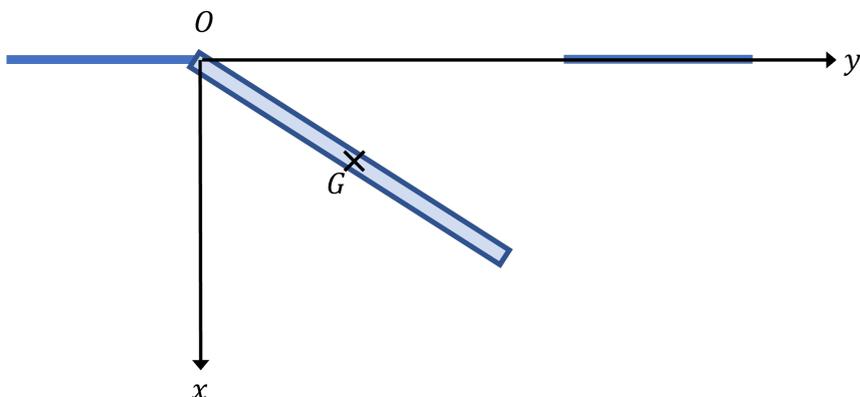
Exercice 4 Attention à trappe !

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

On considère une trappe modélisée par une plaque carrée uniforme de masse m et de longueur L . Son centre de gravité est repéré par le point G . Elle peut tourner autour d'un axe horizontal Oz passant par O par rapport auquel son moment d'inertie est $J = \frac{1}{3}mL^2$.

On repère sa position par l'angle θ de rotation autour de l'axe Oz , repéré par rapport à la verticale et nul quand l'énergie potentielle de pesanteur de la trappe est minimale. Initialement, la plaque est horizontale et débloquée à l'instant $t = 0$ sans qu'on lui communique de vitesse initiale.

La trappe pivote grâce à une liaison pivot supposée idéale. On note \vec{R} l'action de liaison exercée par la liaison pivot sur la trappe. En coordonnées cylindriques, elle s'exprime par $\vec{R} = R_r \vec{u}_r + R_\theta \vec{u}_\theta$.



- 1/ Reproduire le schéma et faire apparaître l'axe Oz et l'angle orienté θ tel que la base soit orthonormée directe ainsi que les forces s'exerçant sur la trappe.
- 2/ Le moment d'inertie de la trappe par rapport à un axe Gz parallèle à Oz mais passant par son centre de gravité G est-il supérieur ou inférieur à J ? Justifier.
- 3/ Montrer que l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme $\ddot{\theta} + \frac{3g}{2L} \sin \theta = 0$.
- 4/ Montrer que $J\dot{\theta}^2 = mgL \cos \theta$.
- 5/ Proposer une interprétation énergétique de cette dernière équation.
- 6/ A l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer que $R_r = -\frac{5}{2}mg \cos \theta$ et $R_\theta = \frac{1}{4}mg \sin \theta$.
- 7/ Que vaut \vec{R} quand la trappe passe à la verticale? Commenter.

— Fin —

DST : Physique-Chimie

Janson de Sailly
Janson de Sailly
Paris

NOM :

PRENOM :

Classe :

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heure et 50 minutes. — Sur 20 points — COEFFICIENT : 1

L'usage des calculatrices est autorisé.

*Ce sujet comporte 4 exercices de PHYSIQUE-CHIMIE, présentés sur 12 pages numérotées de 1 à 12, y compris celle-ci. Les exercices sont indépendants. Si au bout de quelques minutes, vous ne parvenez pas à répondre à une question, passez à la suivante. Les exercices peuvent être traités séparément, le barème est donné à titre indicatif. Dans tous les calculs qui suivent, on attend à ce que soient donnés la formule littérale, le détail du calcul numérique et le **résultat avec une unité et un nombre de chiffres significatifs correct en écriture scientifique**. Et n'oubliez pas de faire des phrases !*

- I. Le haut-parleur électrodynamique
- II. Photographie d'un papillon
- III. Accordeur de guitare
- IV. Propriétés mécaniques des araignées !

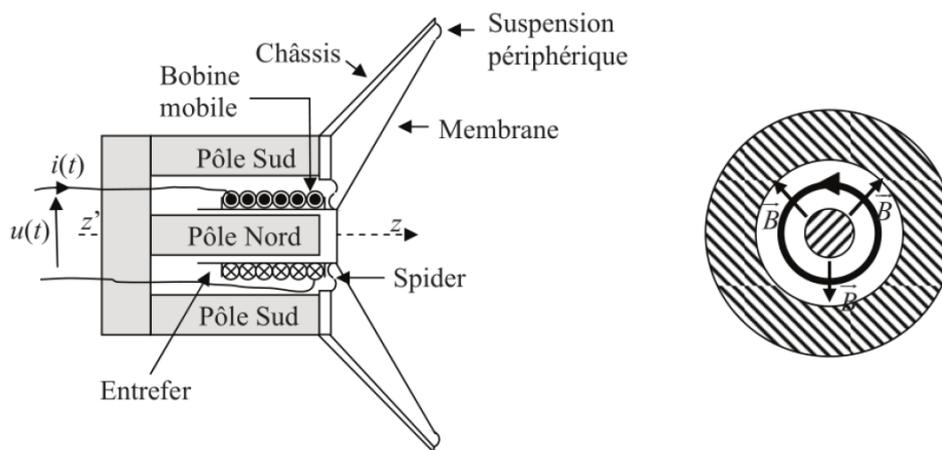
Compétences		😊	😐	😞
Restituer des connaissances				
Analyser	Formuler des hypothèses. Proposer un modèle			
S'approprier	Extraire des informations			
Réaliser	Manipuler les équations, Utiliser une calculatrice			
Valider	Exploiter des informations, Avoir un regard critique			
Communiquer	Utiliser un vocabulaire scientifique adapté, Présentation			
Etre autonome	Prendre des décisions			

Extraits du programme (B.O. 2021)	
Notions et contenus	Compétences exigibles
Force de Laplace, Induction Régime sinusoïdal forcé Relation de conjugaison Relation de Descartes Filtres, Fonction de transfert, Diagramme de Bode Principe fondamental de la dynamique	Tracé de rayons lumineux

Exercice 1 Le haut-parleur électrodynamique

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Raisonner sur des notions connues, Calculer

Un haut-parleur électrodynamique, schématisé ci-dessous, est constitué d'un châssis sur lequel est fixé le circuit magnétique. Sur cet ensemble rigide est fixé l'élément actif du haut-parleur : l'équipage mobile formé de la membrane et de la bobine mobile. La liaison avec le châssis est assurée, près du centre par le spider, pièce de toile rigidifiée par du plastique et qui joue le rôle d'un ressort et sur le pourtour par une suspension périphérique. L'ensemble de la suspension assure le rappel vers la position d'équilibre et le guidage en translation parallèlement à l'axe ($z'z$). Le circuit magnétique, constitué d'aimants permanents, génère un champ magnétique \vec{B} radial et uniforme ($B = 1,05 \text{ T}$) dans l'entrefer. La longueur totale du bobinage de la bobine mobile vaut $l = 3,81 \text{ m}$. La masse de l'équipage mobile vaut $m = 4,0 \text{ g}$.



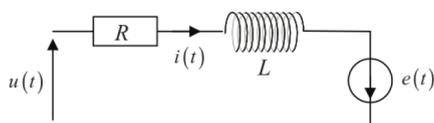
Partie 1 - Etude temporelle du fonctionnement

1/ Pourquoi qualifie-t-on le haut-parleur de convertisseur électromécanique ?

On applique aux bornes de la bobine une tension variable $u(t)$. La bobine est alors traversée par un courant d'intensité $i(t)$ et la membrane se déplace avec la vitesse $v(t)$.

2/ Justifier précisément l'apparition d'une f.é.m. induite $e(t)$ aux bornes de la bobine.

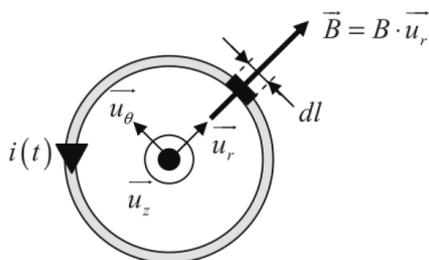
3/



Le schéma électrique équivalent de la bobine est donné ci-contre. Donner la relation qui lie $u(t), i(t), di/dt$ et $e(t)$. Que représente chacun des termes de cette équation dite électrique ?

Pour la suite du problème, on posera $e(t) = v(t)Bl$.

4/



Donner l'expression de la force élémentaire de Laplace $d\vec{F}_L$ exercée sur une portion de conducteur de longueur dl en fonction de $i(t)$, dl , B et \vec{u}_z .

5/ En prenant l'origine des z comme étant la position d'équilibre du centre d'inertie de l'équipage mobile (bobine + membrane), montrer à l'aide du principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système que

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -i(t)lB\vec{u}_z - kz(t)\vec{u}_z - \lambda\vec{v}$$

Interpréter les différents termes de cette relation. En déduire une équation reliant $i(t)$ à $z(t)$ et ses dérivées. L'équation ainsi obtenue est appelée équation mécanique.

Partie 2 - Régime sinusoïdal forcé

La tension appliquée est supposée sinusoïdale, de fréquence f : $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. Nous utiliserons le formalisme complexe qui, à toute fonction sinusoïdale du type $a(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi)$ associe la fonction complexe $\underline{a}(t) = A_m e^{j(\omega t + \varphi)}$. On rappelle que j est le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

6/ Ecrire les équations mécanique et électrique en utilisant le formalisme complexe.

7/ En déduire l'expression de l'impédance du haut-parleur $\underline{Z}(\omega) = \underline{u}(\omega)/\underline{i}(\omega)$.

Cette impédance $\underline{Z}(\omega)$ correspond à la mise en série de deux impédances : l'une $\underline{Z}_e(\omega)$ appelée impédance propre, qui ne contient que des termes relatifs au circuit électrique et l'autre $\underline{Z}_m(\omega)$ appelée impédance motionnelle, qui ne dépend que des caractéristiques mécaniques du système.

8/ Préciser les expressions de $\underline{Z}_e(\omega)$ et $\underline{Z}_m(\omega)$.

9/ Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m(\omega) = 1/\underline{Z}_m(\omega)$ peut se mettre sous la forme :

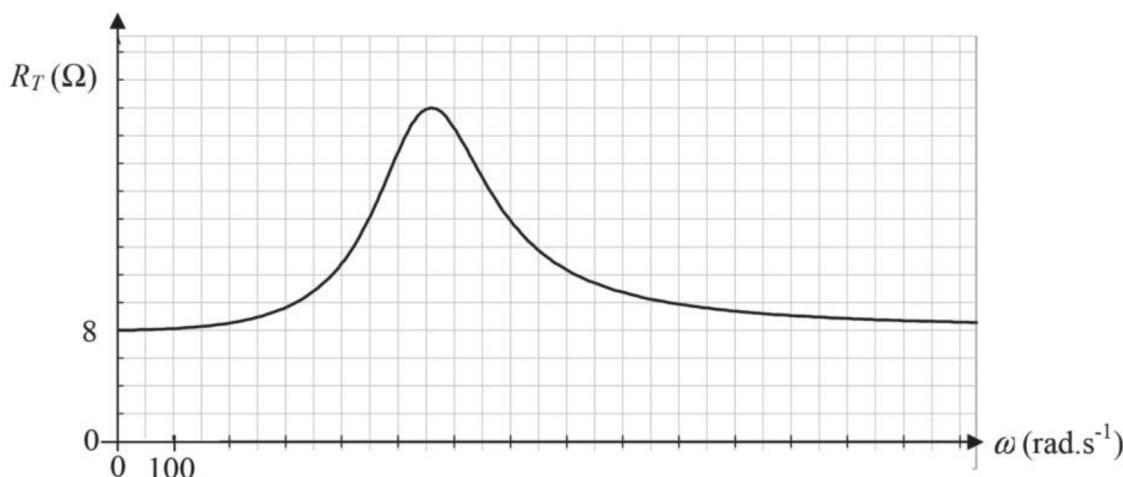
$$\underline{Y}_m(\omega) = j\omega C_m + \frac{1}{j\omega L_m} + \frac{1}{R_m}$$

Préciser les expressions de C_m, L_m et R_m en fonction de l, B, k, m et λ . On donne $k = 1250 \text{ N.m}^{-1}$ et $\lambda = 1,0 \text{ kg.s}^{-1}$.

10/ Proposer un schéma électrique équivalent de l'impédance $\underline{Z}(\omega)$ du haut-parleur dans lequel vous ferez apparaître R, L, C_m, L_m et R_m .

11/ On peut également poser que l'impédance du haut-parleur se compose d'une partie réelle R_T et d'une partie imaginaire X_T : $\underline{Z}(\omega) = R_T + jX_T$. Montrer alors que l'expression de R_T est la suivante :

$$R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2}$$



12/ En utilisant la courbe $R_T = f(\omega)$ ci-dessus, déterminer la valeur numérique de la résistance R et montrer que la fréquence de résonance vaut $f_{res} = 89$ Hz. Vérifier la cohérence de la valeur de f_{res} avec les données de l'énoncé.

Partie 3 - Étude énergétique

Nous ferons l'hypothèse que la transformation de l'énergie mécanique des parties mobiles en énergie acoustique s'effectue sans perte.

13/ Etablir le bilan de puissance électrique global sous la forme :

$$u(t)i(t) = \frac{d\mathcal{E}_{mag}}{dt} + \mathcal{P}_J(i(t)) + \mathcal{P}_L(v(t))$$

Préciser les expressions de la puissance fournie par le générateur $\mathcal{P}_S(t)$ et d'autres grandeurs \mathcal{E}_{mag} , \mathcal{P}_J et \mathcal{P}_L . Interpréter chacun des termes du bilan.

14/ Etablir le bilan de puissance mécanique global sous la forme :

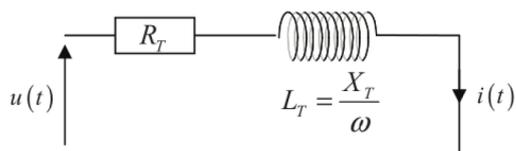
$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt}(v(t)) + \mathcal{P}_A(v(t)) + \frac{d\mathcal{E}_{pe}}{dt}(z(t)) = \mathcal{P}_L(v(t))$$

Préciser les expressions de \mathcal{E}_c , \mathcal{E}_{pe} et \mathcal{P}_A . Interpréter chacun des termes du bilan.

15/ En utilisant les deux expressions énergétiques précédentes, on peut montrer que la puissance moyenne $\langle \mathcal{P}_S(t) \rangle$ fournie par l'alimentation électrique est reliée à la valeur moyenne $\langle \mathcal{P}_J \rangle$ et à la valeur moyenne $\langle \mathcal{P}_A \rangle$ par la relation :

$$\langle \mathcal{P}_S \rangle = \langle \mathcal{P}_J \rangle + \langle \mathcal{P}_A \rangle$$

Les valeurs moyennes des termes contenant des dérivés sont nuls. Déterminer clairement l'expression de $\langle \mathcal{P}_J \rangle$ et $\langle \mathcal{P}_A \rangle$. Lequel de ces deux termes correspond à la puissance moyenne utile pour générer un son ? En déduire l'expression du rendement η du haut-parleur.

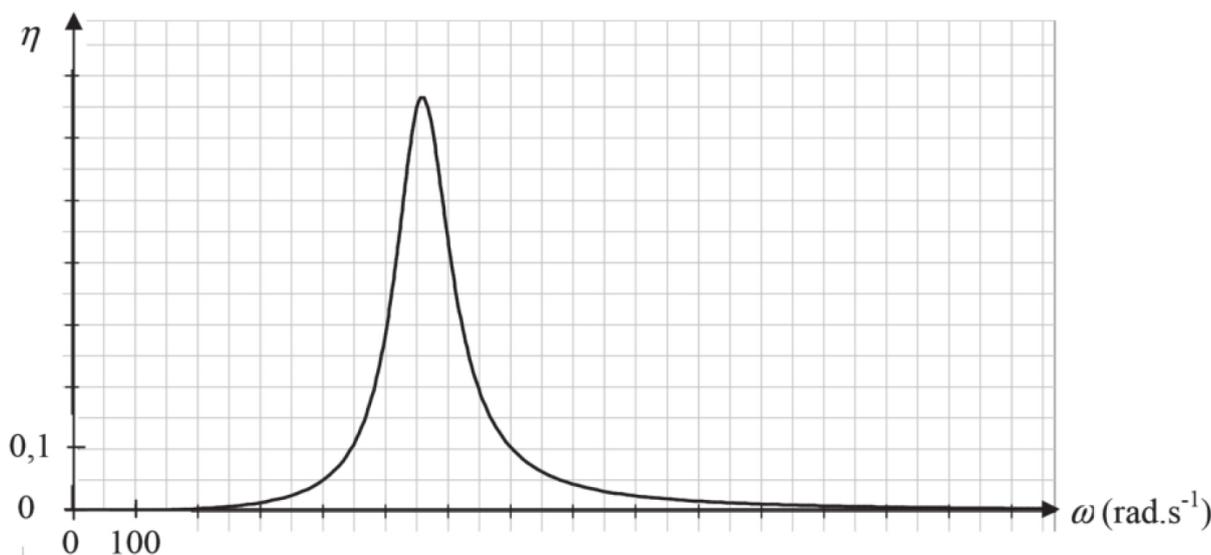


La tension $u(t)$ appliquée aux bornes du haut-parleur est une tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace U_{eff} . La bobine est alors traversée par un courant $i(t)$ alternatif sinusoïdal d'intensité efficace I_{eff} . On rappelle que le haut-parleur peut se modéliser comme indiqué ci-contre.

16/ Dans une impédance, la partie réelle dissipe de l'énergie par effet Joule et la partie imaginaire la stocke sous forme inductive et/ou capacitive. Ainsi, $\langle \mathcal{P}_S(t) \rangle = R_T \langle i^2 \rangle$. Montrer que le rendement η défini à la question précédente a pour expression :

$$\eta = \frac{R_T - R}{R_T}$$

17/ On donne ci-dessous, la représentation du rendement η en fonction de la pulsation ω . Pour quelle fréquence le rendement est-il maximal ? Est-ce en accord avec les valeurs numériques précédentes ? Justifier votre réponse.



18/ Dans quelle gamme de fréquences l'utilisation du haut-parleur est-elle intéressante ? Rappeler l'intervalle de fréquences dans lequel l'oreille humaine entend les sons.

19/ Expliquer pourquoi les enceintes acoustiques comportent plusieurs haut-parleurs.

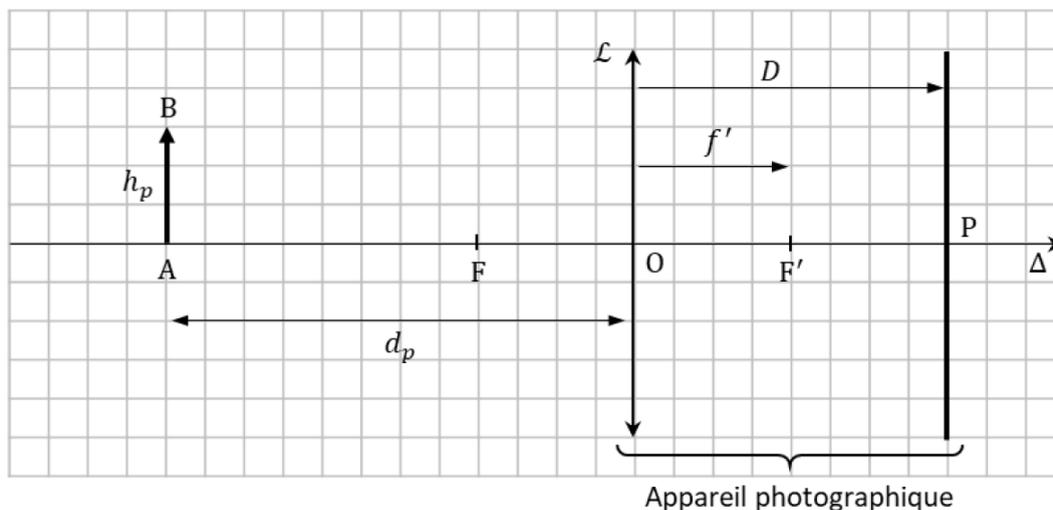
Exercice 2 Photographie d'un papillon

Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Dans tout le problème, on considère un papillon AB, de taille $h_p = 4,0$ cm, situé à une distance $d_p = 20$ cm d'un photographe.

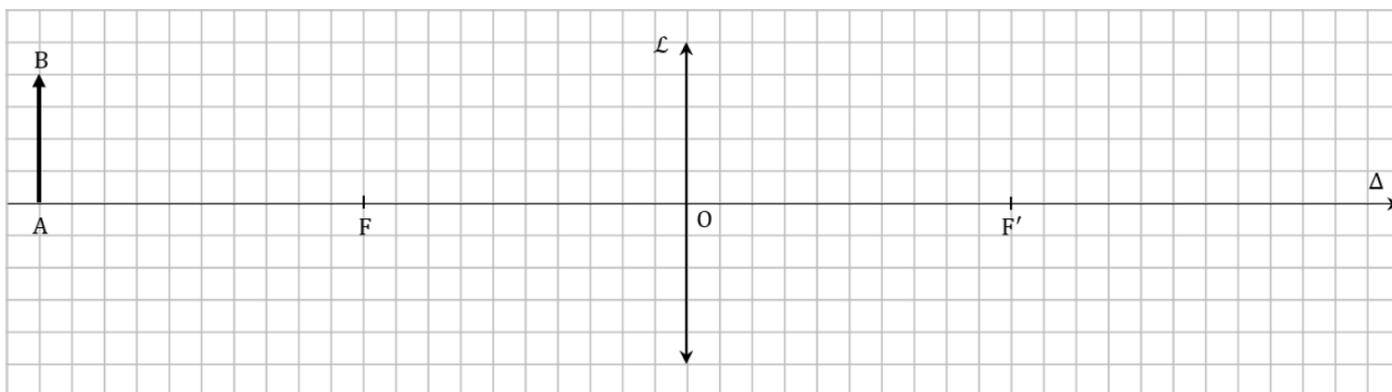
Partie 1 - Objectif standard

On s'intéresse dans un premier temps à un objectif standard d'appareil photographique, constitué d'une lentille convergente unique de centre O et de focale $f' = 10$ cm. On note P l'intersection du plan du capteur avec l'axe optique. Le schéma ci-dessous illustre la situation. Les échelles ne sont pas respectées.



1/ Pour photographier le papillon, quelle doit être la distance D entre la lentille et le capteur pour que la photographie soit nette ? Quelle est, dans ce cas, la taille h'_p de l'image du papillon ?

2/ Compléter le schéma après afin de vérifier les résultats de la question précédente par une construction géométrique.



Partie 2 - Objectif alternatif

Au lieu d'un objectif à une lentille, on peut utiliser un autre montage en associant deux lentilles distantes d'une distance e : une lentille divergente L_1 de centre O_1 et de focale $f'_1 = -10$ cm et une lentille convergente L_2 de centre O_2 et de focale $f'_2 = 5,0$ cm. On donne : $e = O_1O_2 = 60$ mm. On note $d_p = AO_1$ et P l'intersection du plan du capteur avec l'axe optique.

3/ Compléter le schéma ci-dessous en faisant apparaître L_1, L_2, F_1, F'_1, F_2 et F'_2 , en respectant l'échelle suivante : 1 carreau \leftrightarrow 1 cm.



On note A_1B_1 l'image de AB à travers la lentille L_1 et A_2B_2 l'image de A_1B_1 à travers la lentille L_2 .

$$AB \longrightarrow A_1B_1 \longrightarrow A_2B_2$$

4/ Tracer sur la figure précédente les images A_1B_1 et A_2B_2 .

5/ Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image A_1B_1 par rapport à la lentille L_1 de l'objet A_1B_1 par rapport à la lentille L_2 de l'image A_2B_2 par rapport à la lentille L_2 ?

6/ Montrer que, pour photographier le papillon, on doit avoir :

$$D' = \overline{O_2P} = \frac{\left(-e + \frac{d_p f'_1}{d_p - f'_1}\right) f'_2}{\left(-e + \frac{d_p f'_1}{d_p - f'_1}\right) + f'_2}$$

Montrer de plus que la taille h'_p de l'image du papillon sur le capteur vaut :

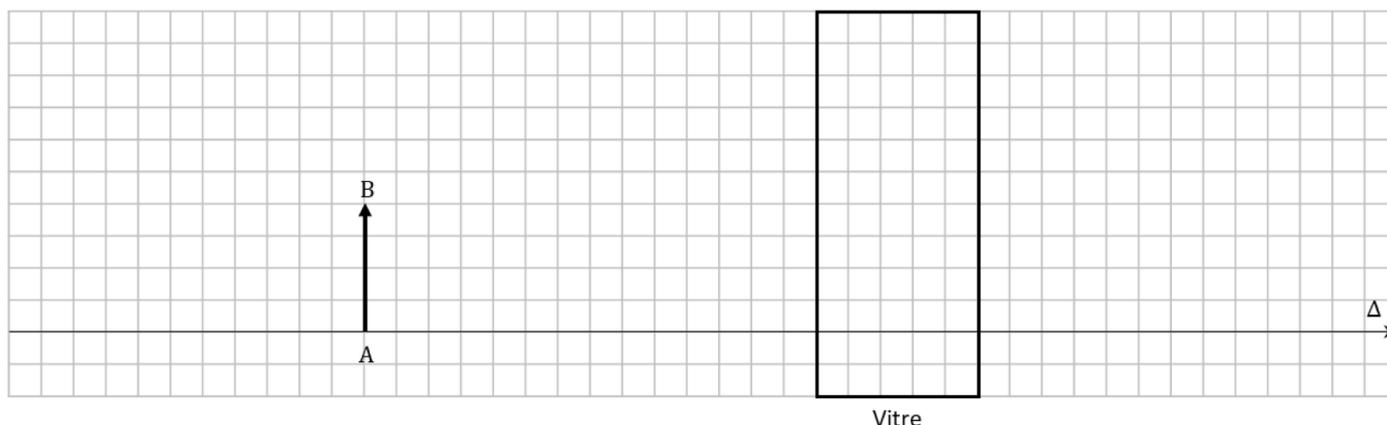
$$h'_p = -h_p \times \frac{D'/d_p}{-e \frac{d_p - f'_1}{df'_p} + 1}$$

7/ Quel est l'avantage de chacun des deux objectifs ?

Partie 3 - Présence d'une vitre

On modélise une vitre par une lame à face parallèles, c'est-à-dire un milieu transparent isotrope et homogène d'indice n et limité par deux plans parallèles distants de e . Les deux faces de la vitre sont baignées par l'air. On reprend dans cette partie l'objectif standard étudié à la partie 1). On note d la distance entre le papillon et la face de la vitre la plus proche de lui.

8/ Sur le schéma ci-dessous, construire l'image A_1B_1 du papillon par la vitre. La construction fera intervenir deux rayons lumineux : l'un en incidence normale à la vitre et l'autre en incidence quelconque.



Quelle est la nature (réelle ou virtuelle) de l'image ?

9/ Définir les conditions de Gauss. Montrer que, dans ces conditions, la position de cette image, notée d' , est donnée par :

$$d' = d + e \left(\frac{1}{n} - 1 \right)$$

On suppose que les conditions de Gauss sont respectées dans la suite de l'exercice.

10/ Le photographe souhaite à présent photographier le papillon à travers la vitre. On suppose $e < f'$. La position de la vitre entre A et O a-t-elle de l'importance sur la position de l'image donnée par la lentille? Justifier la réponse.

11/ L'image du papillon est-elle toujours visible sur le capteur si ce dernier est placé à la distance D de la lentille (calculée à la question 1)? Justifier la réponse.

12/ L'image du papillon par la lentille est-elle toujours réelle? Justifier la réponse.

13/ Conclusion : à partir de quelle distance minimale d_m de O le papillon doit-il être placé pour être sûr de pouvoir observer une image sur le capteur (en le déplaçant éventuellement) lorsqu'il y a une vitre entre le papillon et le photographe?

Exercice 3 Accordeur de guitare

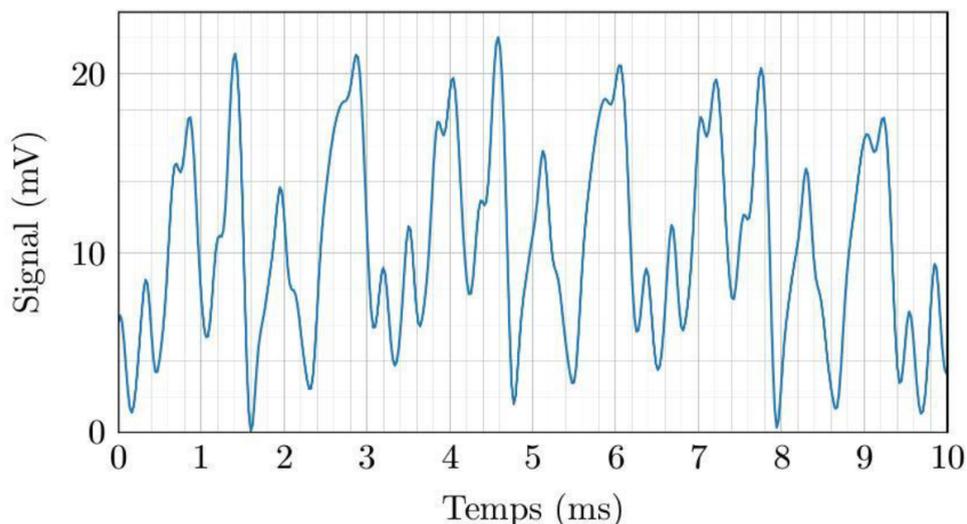
Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Nous allons étudier quelques aspects d'un accordeur de guitare électrique. L'objectif de ce sujet est, grâce à une série de filtre, d'isoler la fréquence d'une corde légèrement désaccordée. Le principe consistant à réaccorder la corde n'est pas présenté. La guitare comporte six cordes : Mi grave, La, Ré, Sol, Si, Mi aigu. Les fréquences fondamentales théoriques de vibration de ces cordes, notées f_{ac} sont données dans le tableau ci-dessous.

Corde	Mi grave	La	Ré	Sol	Si	Mi aigu
$f_{ac}(\text{Hz})$	82,4	110,0	146,8	196,0	246,9	329,6

Partie 1 - Le signal

La figure ci-dessous montre un exemple de signal électrique à la sortie du micro de la guitare électrique.

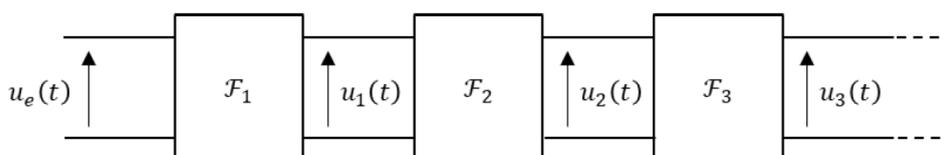


1/ Donner une valeur approchée de la valeur moyenne de ce signal.

2/ Donner une estimation de la valeur de la fréquence de ce signal, notée f_{co} (on supposera en première approximation que le signal est périodique). De quelle corde de guitare s'agit-il?

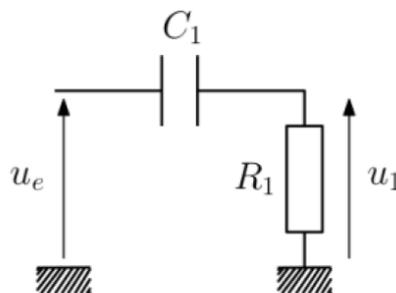
3/ L'analyse spectrale de ce signal fera-t-elle apparaître des harmoniques? Justifier.

Afin d'isoler la fréquence fondamentale f_{co} , ce signal est injecté dans un circuit comportant 3 filtres en série.



Partie 2 - Premier filtre

Le signal électrique $u_e(t)$ provenant du micro de la guitare est envoyé sur le filtre ci-contre, noté \mathcal{F}_1 .



- 4/ Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ de ce filtre en fonction de R_1 , C_1 et de la pulsation ω d'un signal d'entrée supposé harmonique.
- 5/ De quel type de filtre s'agit-il (nature et ordre)? Faire apparaître une pulsation caractéristique ω_1 en fonction de R_1 et C_1 et préciser sa signification.
- 6/ On a choisi $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ et $C_1 = 100 \text{ nF}$. Tracer, sur votre feuille, l'allure du diagramme de Bode asymptotique relatif au gain.
- 7/ Quel est le rôle de ce premier filtre?

Partie 3 - Deuxième filtre

En sortie du filtre \mathcal{F}_1 , le signal $u_1(t)$ est envoyé sur un filtre \mathcal{F}_2 de fonction de transfert :

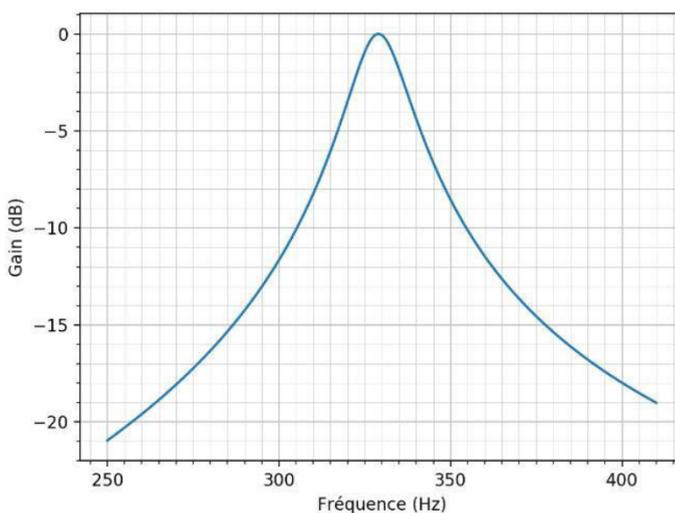
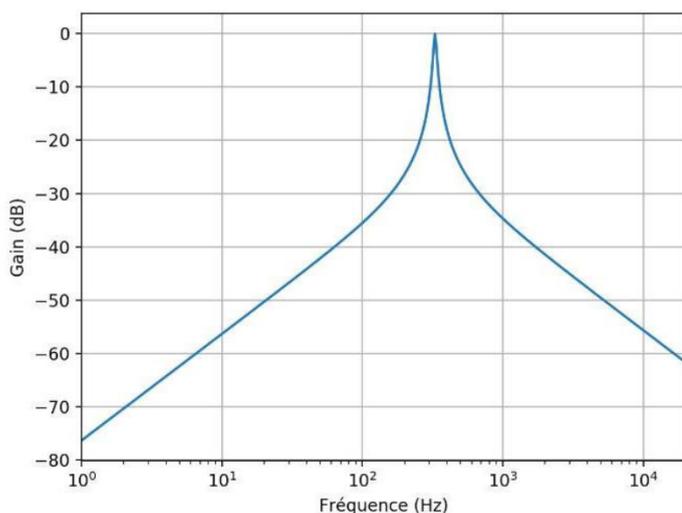
$$\underline{H}_2(j\omega) = 1 + \frac{G_0}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}$$

avec : $G_0 = 100$ et $\omega_2 = 3,1 \cdot 10^3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$

- 8/ Que vaut le gain de ce filtre en basse fréquence? Et en haute fréquence?
- 9/ Calculer numériquement la fréquence caractéristique f_2 correspondant à la pulsation ω_2 . Expliquer quel est le rôle de ce second filtre.

Partie 4 - Troisième filtre

On souhaite maintenant sélectionner la fréquence fondamentale f_{co} du signal $u_2(t)$, dont la valeur est voisine de celle de la fréquence fondamentale théorique de vibration de la corde sélectionnée sur l'accordeur (f_{ac}). On suppose pour la suite que c'est la corde Mi aigu que l'on souhaite accorder : $f_{ac} = 329,6 \text{ Hz}$. Le principe du filtre \mathcal{F}_3 est que sa fréquence caractéristique soit égale à celle du signal de référence de fréquence f_{ac} . La figure ci-dessous représente le diagramme de Bode relatif au gain du filtre \mathcal{F}_3 tracé à deux échelles différentes.



10/ Dire en le justifiant rapidement, de quel type de filtre il s'agit. Quelle est sa fréquence caractéristique f_3 ?

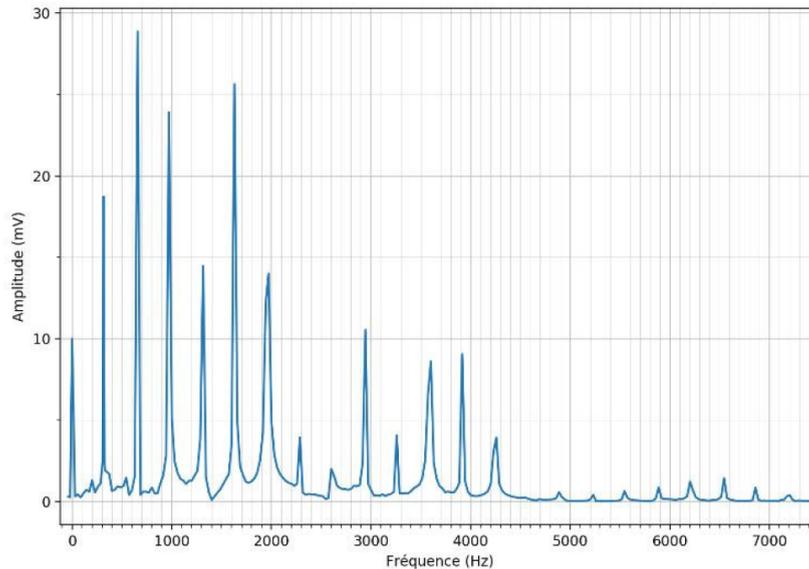
11/ Définir puis déterminer graphiquement la valeur de sa bande-passante à -3 dB.

12/ Si la corde est désaccordée à $f_{co} = 315$ Hz, estimer, en le justifiant, de quel facteur est atténuée sa composante spectrale fondamentale en sortie de ce filtre.

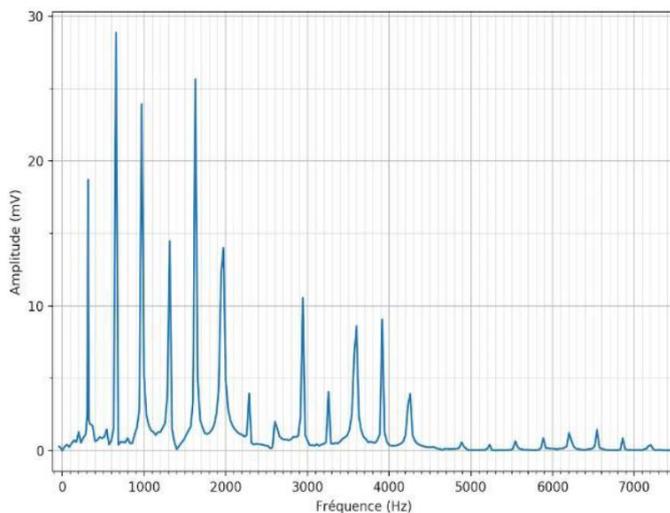
Partie 5 - Analyse spectrale

La figure ci-contre correspond au spectre du signal d'entrée $u_e(t)$.

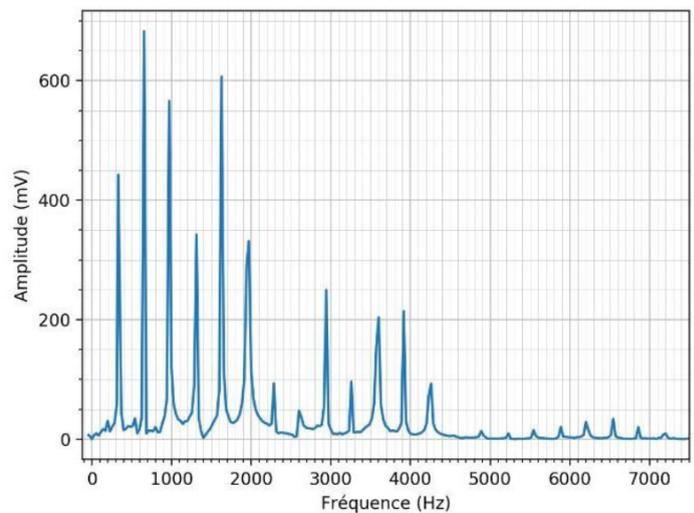
13/ Justifier qu'il est parfaitement cohérent qu'il s'agisse du spectre de $u_e(t)$.



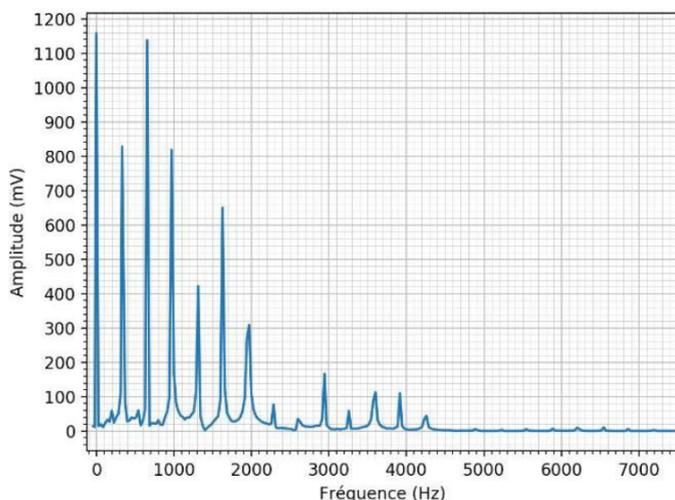
Ci-dessous, on donne 4 spectres notés (a), (b), (c) et (d).



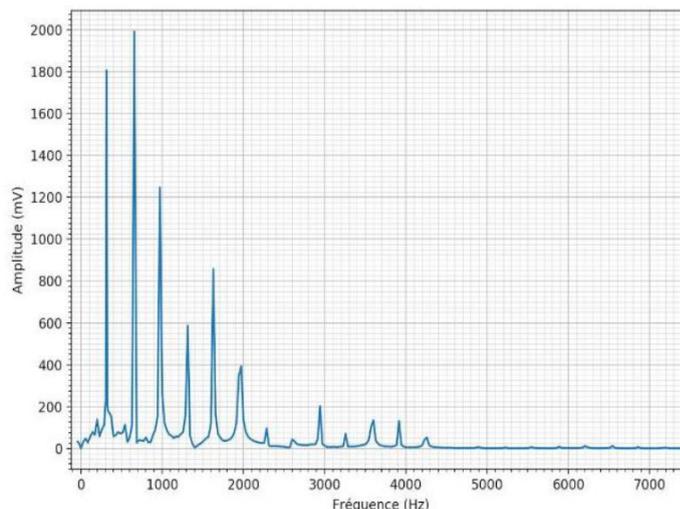
Spectre (a)



Spectre (b)



Spectre (c)



Spectre (d)

14/ En justifiant soigneusement, dire parmi les 4 spectres proposés lequel correspond au signal $u_1(t)$, c'est-à-dire le signal en sortie du filtre \mathcal{F}_1 .

15/ Même question pour $u_2(t)$, le signal en sortie du filtre \mathcal{F}_2 .

16/ Tracer l'allure du spectre du signal $u_3(t)$ en sortie du filtre \mathcal{F}_3 . Tracer l'allure du signal temporel correspondant.

Exercice 4 Propriétés mécaniques des araignées!

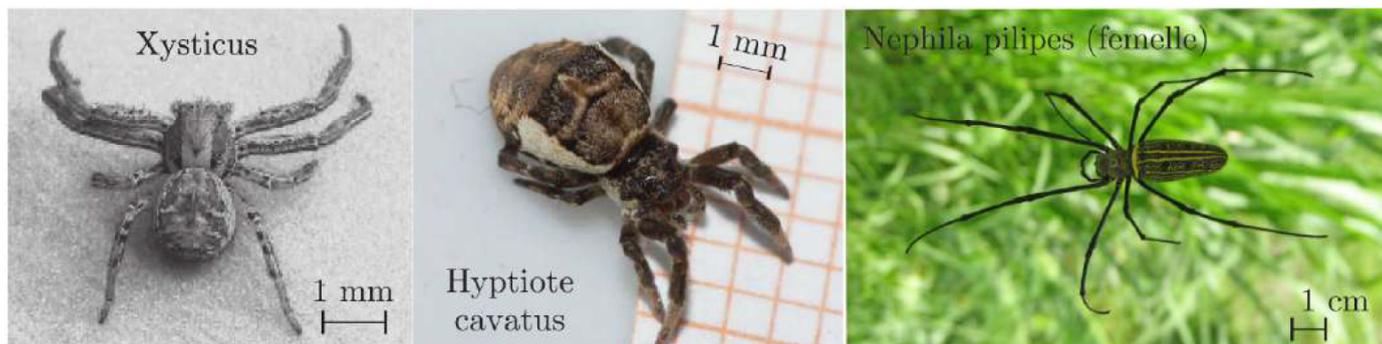
Compétences : Analyser, S'approprier l'information, Reasonner sur des notions connues, Calculer

Les araignées ou Aranéides sont des prédateurs invertébrés arthropodes. À ce jour, plus de 47 000 espèces subdivisées en 117 familles sont répertoriées et 1700 d'entre elles vivent en France. Les araignées produisent des fils de soie constitués d'un entrelacement de nombreuses fibrilles élémentaires. Le diamètre de ces fils varient typiquement de 1 jusqu'à 70 μm . À diamètre équivalent, ces fils sont plus résistants que l'acier et possèdent de nombreuses autres propriétés qui les rendent intéressants pour l'industrie, pour la confection par exemple de nouveaux textiles, de gilets pare-balles ou encore de cordes d'instruments de musique. Dans la nature, l'usage que les araignées en font est multiple et dépend des espèces considérées : fil de sécurité pendant un saut pour fuir ou pour se déplacer (fil d'Ariane), tissage de toile pour piéger des proies, moyen de s'élever dans les airs et de voyager au gré des courants aériens pour les araignées montgolifières (fil de la Vierge), confection de catapultes pour la chasse, création de dômes pour le stockage d'air sous l'eau douce pour les espèces subaquatiques... Nous proposons d'aborder quelques problèmes de physique relatifs aux araignées et plus particulièrement aux trois espèces représentées dans la figure ci-dessous. Les applications numériques seront données avec un chiffre significatif.

Données :

Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Ordre de grandeur de module d'Young : $E_{\text{nylon}} = 5 \text{ GPa}$; $E_{\text{béton}} = 5.10^1 \text{ GPa}$; $E_{\text{acier}} = 2.10^2 \text{ GPa}$; $E_{\text{diamant}} = 1.10^3 \text{ GPa}$.

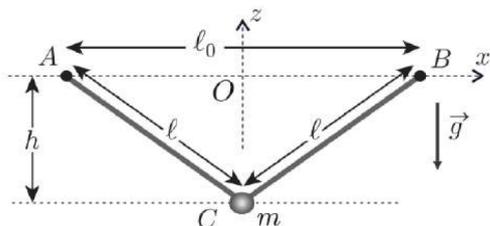


L'élongation relative d'un fil de soie de longueur initiale l_0 de section S_0 soumis à une force de traction d'intensité F est donnée, dans le régime des faibles élongations, par la loi de Hooke :

$$\frac{\delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{1}{E} \frac{F}{S_0}$$

où E est le module de Young du matériau constituant le fil.

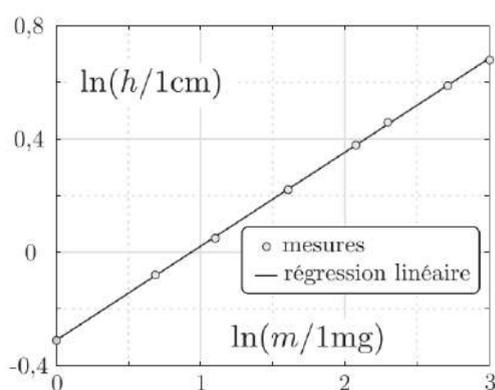
1/ Quelle est la dimension de E ? Montrer que, dans ce régime, le comportement mécanique du fil peut être assimilé à celui d'un ressort de constante de raideur k que l'on exprimera en fonction des données du problème.



Pour mesurer le module de Young d'un fil d'araignée, on procède à une expérience simple. Le fil de longueur l_0 est attaché en deux points fixes A et B distants de l_0 et situés sur une même horizontale. Une masse m est suspendue au point C milieu du fil. Sous l'effet du poids de cette masse, le fil adopte à l'équilibre une forme en V, dans laquelle les deux segments formant le fil ont la même longueur l . On mesure alors la hauteur h dont le milieu du fil s'est déplacé par rapport à l'horizontale. Cette configuration d'équilibre est représentée sur la figure

2/ Établir, lorsque la masse m est suffisamment faible, la loi de puissance qui relie h à m et aux autres variables du problème. Pour cela, faire le bilan des forces et y associer les énergies potentielles correspondantes. Voir ce qui se passe à l'équilibre.

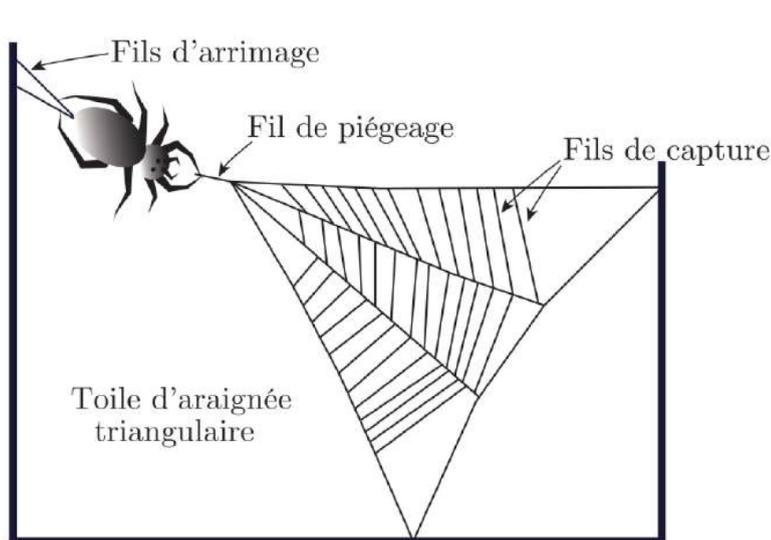
3/ La figure ci-dessous reproduit les résultats de cette expérience réalisée avec un fil de longueur $l_0 = 5$ cm de rayon $a = 5$ cm et différentes masses m suspendues.



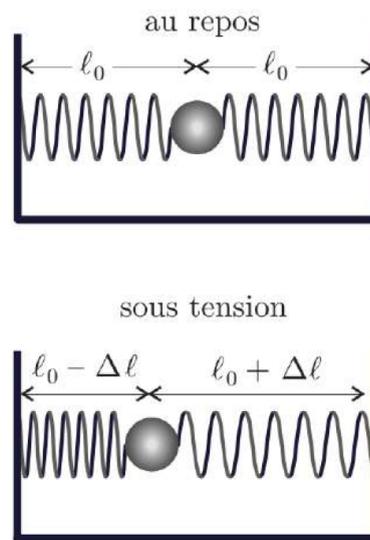
Vérifier que la loi obtenue à la question 2 est compatible avec l'expérience.

Déterminer la constante de raideur k du ressort équivalent au fil; en déduire une estimation de la valeur numérique du module de Young du fil.

L'araignée Hyptiote cavatus, qui possède une masse d'environ 7 mg, utilise ses muscles pour enrouler l'un des fils afin de tendre la toile, comme on utilise son bras pour tendre la corde d'un arc. Elle garde alors cette position jusqu'à ce qu'une proie entre en contact avec la toile. Quand elle relâche la tension, la toile subit alors une très forte accélération puis s'emmêle autour de l'insecte proie, ce qui marque le début du processus de capture. La vitesse de l'araignée qui reste accrochée à la toile atteint alors une valeur maximale d'environ $v_{max} = 3 \text{ m.s}^{-1}$ en ayant subi une accélération maximale prodigieuse $a_{max} = 800 \text{ m.s}^{-2}$.



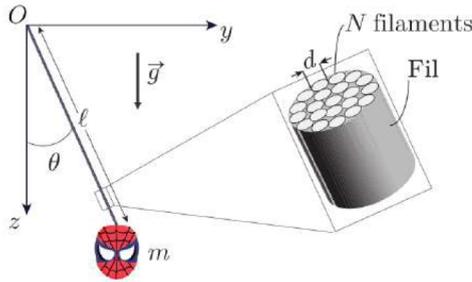
(a)



(b)

4/ En modélisant la toile par un simple fil de soie dont on négligera la masse devant celle de l'araignée, estimer, en fonction de v_{max} et a_{max} , l'allongement maximum Δl du fil avant que l'araignée ne relâche la tension, ainsi que sa raideur k en fonction de m , v_{max} et a_{max} . Évaluer, en fonction de m , v_{max} et a_{max} , la puissance mécanique instantanée maximale P_{max} développée pendant le processus de capture. On pourra utiliser le PFD.

Sachant que la puissance massique musculaire maximale que peuvent fournir les arthropodes est d'environ $P = 326 \text{ W.kg}^{-1}$ par kilo de muscle, estimer la masse de muscle nécessaire qu'il faudrait à notre araignée pour réaliser ce processus de capture sans aide extérieure. Conclure.



Dans les films, le super-héros Spiderman, dont on estime la masse à $m = 75 \text{ kg}$, poursuit les voitures en se balançant sur des fils d'immeuble en immeuble. Il attache son fil supposé inextensible, de masse négligeable et de longueur $l = 25 \text{ m}$ sur un point de l'immeuble situé en face, à l'horizontale par rapport à sa position. Dans ces conditions on a donc $\theta(t = 0) = \frac{\pi}{2}$. Il se laisse alors entraîner sans vitesse initiale.

5/ Écrire les équations du mouvement de Spiderman. En déduire, en fonction de m et g , l'expression de la tension maximale que doit supporter ce fil si l'on suppose qu'il est inextensible à l'aide d'un théorème énergétique. On suppose que le fil que tisse Spiderman est constitué en réalité de N filaments de soie identiques assemblés en parallèle.

6/ Déterminer la constante de raideur du ressort équivalent à N ressorts identiques de constante de raideur k disposés en parallèle. Sachant que le module de Young d'un filament de soie et son rayon valent respectivement $E = 10 \text{ MPa}$ et $a = 5 \mu\text{m}$, combien de filaments le fil doit-il comporter au minimum pour que les filaments ne subissent pas une déformation supérieure à 1 % et donc pouvoir supporter Spiderman lors de son vol ? Est-ce cohérent avec le diamètre des fils, de l'ordre du centimètre, produits par Spiderman dans les films ?

— Fin —